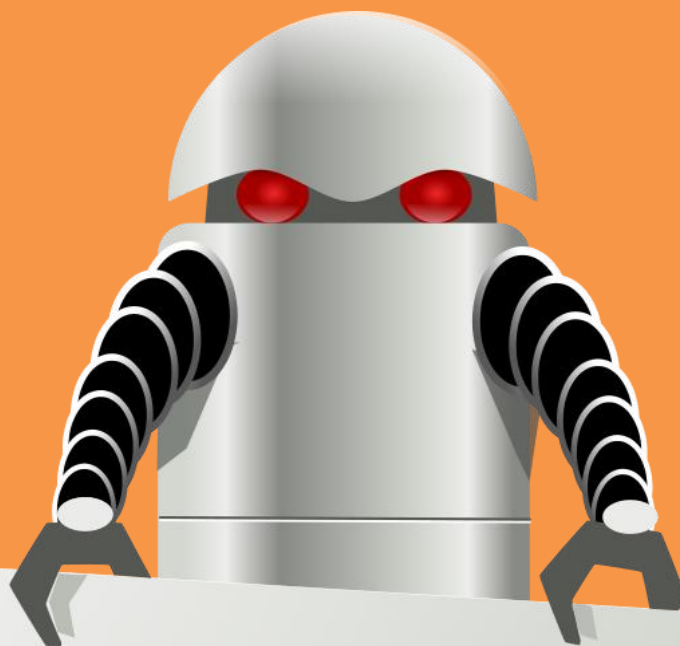


STŘEDNÍ PRŮMYSLOVÁ ŠKOLA STROJNICKÁ A STŘEDNÍ ODBORNÁ ŠKOLA  
PROFESORA ŠVEJCARA, PLZEŇ, KLATOVSKÁ 109



**Josef Gruber**  
**MECHANIKA VI**  
**TERMOMECHANIKA**

Vytvořeno v rámci Operačního programu Vzdělávání pro konkurenceschopnost  
CZ.1.07/1.1.30/01.0038 Automatizace výrobních procesů ve strojírenství  
a řemeslech



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ



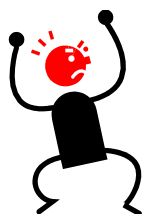
Dílo podléhá licenci Creative Commons Uveďte autora-Nevyužívejte dílo komerčně-Zachovejte licenci 3.0 Česko.



# OBSAH

## TERMOMECHANIKA

1. Obsah termomechaniky, historické poznámky .....	4
2. Základy nauky o teple.....	6
3. Stavová rovnice ideálního plynu .....	14
4. První zákon termodynamiky, absolutní a technická práce .....	16
5. Druhý zákon termodynamiky, entropie .....	19
6. Základní vratné změny stavu ideálního plynu .....	22
7. Termodynamika par .....	30
8. Tepelné oběhy (cykly) .....	41
9. Proudění plynů a par .....	54
10. Sdílení tepla, výměníky tepla.....	61
11. Použitá literatura.....	67



# TERMOMECHANIKA

## 1. OBSAH TERMOMECHANIKY, HISTORICKÉ POZNÁMKY

*Obsah této kapitoly:*

- *Zařazení termomechaniky, předmět zkoumání*
- *Historické poznámky*
- *Základní pojmy a veličiny*

### Zařazení termomechaniky, předmět zkoumání



Termomechanika se zabývá teplem a vzdušinami jako vhodnými nositeli tepla. Studuje jak šíření tepla v prostoru (termokinetika), tak podmínky využití tepelné výměny pro konání mechanické práce (termodynamika). Nauka o sdílení tepla je základem teorie výměníků tepla, termodynamika představuje teoretický základ tepelných strojů (spalovací motory, parní a plynové turbíny, kompresory aj.).

Obr. 1

Teplo je veličina, pomocí níž vyjadřujeme tepelnou výměnu (ohřev či ochlazení) a změnu tepelné (správně vnitřní) energie tělesa. Zatímco energie je spojena se stavem, teplo je, podobně jako práce, spojeno s dějem<sup>1</sup>.



*Fyzika pojem „tepelná“ energie nezná, pracuje s energií vnitřní, která je spojena se změnou teploty. Pojem tepelná energie je však v běžné mluvě vžitý, představitelný a používaný.*

### Historické poznámky

Podstata tepla nebyla dlouho jasná. Na konci 17. století se objevila teorie zvláštní látky, flogistonu, která se uvolňuje spalováním, později byla vystřídána vykonstruovanou teorií fluidovou (nehmotná substance). Na základě zkušeností při vrtání dělových hlavních bylo zjištěno, že se teplo nemusí uvolňovat jen hořením, ale také mechanickou cestou.

V souvislosti s rozvojem parního stroje na přelomu 18. a 19. století se začali učenci hlouběji zajímat o podstatu dějů v parních strojích, protože bylo třeba snížit spotřebu paliva a zvýšit výkon a účinnost. Teoretické základy termodynamiky jsou spojeny se jménem francouzského fyzika a vojenského inženýra **Nicolase Leonarda Sadi Carnota** (1796-1832). Carnot, syn Napoleonova ministra války, formuloval základní podmínky využití tepla ke konání práce, tedy principy termodynamiky, které však na dlouhou dobu zapadly. Mezitím je formulovali jiní, to mu však neubírá na velikosti. Carnot ještě vycházel z představy tepla jako substance (látky), jeho výklad principu tepelného motoru používal analogii s vodním mlýnem. Postupně

<sup>1</sup> Předávání energie je možné dvěma způsoby: vykonáním práce („plyn stlačíme“) a tepelnou výměnou („plyn ohřejeme“)

však tuto teorii opustil a spatřoval podstatu tepla v pohybu nejmenších částic hmoty (kinetická teorie).

V 19. století byl vysloven obecný zákon zachování energie (koncem 1. poloviny století s ním vystoupil německý lékař **Julius Robert von Mayer**, 1814-1878). Mayer, který sloužil jako loďní lékař, si povšiml, že rozdíl mezi barvou žilní a tepenné krve námořníků je v tropech menší než v mírném pásmu. Usoudil, že v teplejším prostředí tělo produkuje méně tepla spalováním. Jinou cestou se ubíral anglický pivovarník **James Prescott Joule** (1818-1889), který na základě výzkumu elektrických jevů, principu elektromotoru a dalších pokusů zobecnil souvislost mezi teplem a mechanickou prací. Matematickou stránkou problému se zabýval **Hermann Ludwig von Helmholtz** (1821-1894), německý fyzik, třetí nezávislý objevitel zákona zachování energie.

## Základní pojmy a veličiny

### **Systém, soustava, těleso:**

Určité množství tuhé, kapalné nebo plynné látky, jejíž chování vyšetřujeme. Systém atd. vyčleňujeme z **okolí**, které je vně systému, abychom mohli kontrolovat výměnu látky a energie systému a okolí a změny stavu.

### **Teplota:**

Vedle tlaku a měrného objemu či hustoty základní stavová veličina<sup>1</sup>. Teplota charakterizuje tepelný stav tělesa, např. pocitově vnímáme, je-li těleso teplejší či chladnější. Měříme ji pomocí teploměrů. Teplotu běžně udáváme ve stupních Celsia (°C, Celsiova teplota), pro termodynamické výpočty v Kelvinech (K, Kelvinova, termodynamická, či absolutní teplota).



*Převodní vztah mezi oběma stupnicemi je  $T(K) = t(^{\circ}C) + 273,15$ . Pro praktické účely postačuje konstanta 273. Teplota absolutní nuly (0 K) je nedosažitelná, ustal by při ní tepelný pohyb molekul. Látky mají v blízkosti absolutní nuly zvláštní vlastnosti (supravodivost aj.).*

---

**Rozdíly mezi těmiž teplotami mají v obou stupnicích stejnou hodnotu. Poměry teplot v termomechanice musíme vždy uvažovat v Kelvinech.**

$$t_1 - t_2 = T_1 - T_2,$$

$$\frac{t_1}{t_2} \neq \frac{T_1}{T_2}.$$



### **Otázka a úkoly:**

1. Čím se zabývá termodynamika?
2. Převeďte teploty 20 °C, 600 °C, -50 °C na teploty absolutní.
3. Převeďte na Celsiovu teplotu: 289 K, 6000 K, 4 K.

---

<sup>1</sup> Vedle základních stavových veličin používáme ještě stavové veličiny energetické a odvozené, s nimiž se seznámíme později. Mezi energetické stavové veličiny patří např. zmíněná vnitřní energie, mezi odvozené např. dynamická viskozita.

## 2. ZÁKLADY NAUKY O TEPLE

Obsah této kapitoly:

- Teplota a tepelný výkon
- Změna skupenství látky
- Vnitřní energie a první zákon termodynamiky
- Tepelná roztažnost a rozpínavost

### Teplo a tepelný výkon

Množství tepla  $Q$  dodaného nebo odebraného systému je dáno vztahem:

$$Q = m \cdot c \cdot (t_2 - t_1).$$

Protože prostřednictvím tepla je předávána energie, má v soustavě SI teplo stejnou jednotku jako energie (J). Tepelný ekvivalent mechanické práce má tedy v soustavě SI hodnotu 1, což usnadňuje výpočty. Teplo systému dodané je kladné, teplo odvedené je záporné. Součin  $K = m \cdot c$  nazýváme tepelnou kapacitou.

#### Měrná tepelná kapacita $c$ :

Měrná tepelná kapacita je množství tepla, které je potřeba k ohřátí jednoho kilogramu látky o jeden stupeň. Platí:

$$c = \frac{K}{m} \text{ (J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}\text{)}.$$

Měrná tepelná kapacita závisí na druhu látky a je tedy fyzikální vlastností<sup>1</sup>. U plynů rozlišujeme měrnou tepelnou kapacitu při konstantním objemu (izochorickou)  $c_v$  a při konstantním tlaku (izobarickou)  $c_p$ .

#### **Příklad:**

Ocelový výkovek o hmotnosti  $m_1 = 6$  kg ohřátý na kalicí teplotu se ponořil do kalicí olejové lázně. Ta obsahovala  $m_2 = 35$  kg oleje o teplotě  $t_{o1} = 20$  °C. Po vyrovnání teplot stoupla teplota lázně na  $t_{o2} = 57$  °C. Stanovte teplotu výkovku před zakalením.

#### **Řešení:**

Teplo, které olej přijme, se rovná teplu, které vydá výkovek<sup>2</sup>, a konečné teploty se rovnají ( $t_2 = t_{o2}$ ):

$$m_2 \cdot c_2 \cdot (t_{o2} - t_{o1}) = -m_1 \cdot c_1 \cdot (t_2 - t_1).$$

Odtud:

$$t_1 = t_2 + \frac{m_2 \cdot c_2 \cdot (t_{o2} - t_{o1})}{m_1 \cdot c_1} = 57 + \frac{35 \cdot 1670 \cdot (57 - 20)}{6 \cdot 461} = \underline{\underline{838,9 \text{ (}^\circ\text{C)}}}.$$

Měrné tepelné kapacity, vyhledané ve strojnických tabulkách, jsou:

pro ocel:  $c_1 = 0,461 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ ,

pro olej:  $c_2 = 1,670 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ .

<sup>1</sup> Látky s malou měrnou tepelnou kapacitou mají velkou tepelnou vodivost a naopak.

<sup>2</sup> Obdržíme tzv. kalorimetrickou rovnici známou z fyziky.



Teplota odebraná výkovkem má záporné znaménko. V tom případě je nutné důsledně psát rozdíl teplot jako konečná – počáteční.

### Tepelný tok (výkon) $Q_\tau$ :

Technická zařízení nazývaná výměníky tepla (ohříváky, výparníky, chladiče, kondenzátory) pracují nepřetržitě. Množství látky tedy určíme hmotnostním tokem. Tepelný tok (neboli tepelný výkon) je množství tepla sdělené za jednotku času:

$$Q_\tau = \frac{Q}{\tau} = \frac{m}{\tau} \cdot c \cdot (t_2 - t_1) = \underline{Q_m \cdot c \cdot (t_2 - t_1)} \quad (\text{J} \cdot \text{s}^{-1} = \text{W}).$$

### Příklad:

Varná konvice o příkonu 2 200 W má ohřát 1 litr vody z teploty 15 °C na teplotu 100 °C. Určete, jak dlouho ohřev trvá při zanedbání ztrát, a potřebné množství tepla.

### Řešení:

Při zanedbání ztrát je příkon konvice roven tepelnému toku:

$$P = Q_\tau = \frac{m}{\tau} \cdot c \cdot (t_2 - t_1).$$

Odtud potřebný čas na ohřev vody:

$$\tau = \frac{m}{P} \cdot c \cdot (t_2 - t_1), \quad c = 4,186 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1},$$

$$\tau = \frac{1 \text{ kg}}{2\,200} \cdot 4\,186 \cdot (100 - 15) \doteq \underline{162 \text{ (s)}}.$$

Potřebné teplo:

$$Q = m \cdot c \cdot (t_2 - t_1) = 1 \cdot 4,186 \cdot (100 - 15) = \underline{355,8 \text{ (kJ)}}.$$



## Změna skupenství látky

Změny skupenství jsou děje za stálé teploty a stálého tlaku (izotermicko-izobarické). Látky je přiváděno nebo odváděno skupenské (latentní, tedy „skryté“) teplo  $L$ . Na 1 kg látky je vztaženo měrné skupenské teplo  $l$  ( $\text{J} \cdot \text{kg}^{-1}$ ).

### Příklad:

Vypočítejte množství tepla, které je potřeba na roztavení 50 kg hliníku, je-li teplota vsázky 20 °C.

### Řešení:

Potřebné teplo se skládá z tepla pro ohřev hliníku na teplotu tavení a ze skupenského tepla. V tabulkách nalezneme hodnoty teploty tavení, měrné tepelné kapacity a měrného skupenského tepla:  $t_{\text{tav}} = 658 \text{ (}^\circ\text{C)}$ ,  $c = 0,921 \text{ (kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1})$ ,  $l = 394 \text{ (kJ} \cdot \text{kg}^{-1})$ .

Celkové teplo (pozor na jednotky):

$$Q = m \cdot c \cdot (t_{\text{tav}} - t_1) + m \cdot l = 50 \cdot 0,921 \cdot (658 - 20) + 50 \cdot 394 = \underline{49\,079,9 \text{ (kJ)}}.$$

## 🔊) Vnitřní energie a první zákon termodynamiky

Vnitřní energie  $U$  představuje celkovou potenciální i kinetickou energii částic a závisí na teplotě. Patří mezi energetické stavové veličiny a její změna je rovna teplu přivedenému (nebo odvedenému) za stálého objemu (např. ohřev plynu v uzavřené nádobě):

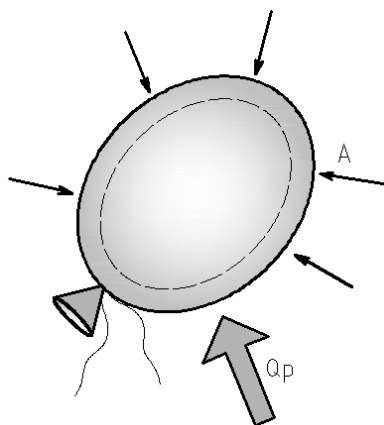
$$U = m \cdot c_v \cdot (t_2 - t_1) \text{ (J)}.$$

Absolutní hodnota vnitřní energie by se určila vzhledem k absolutní nule jako  $U = m \cdot c_v \cdot T$ , ale ve výpočtech budeme pracovat pouze s její změnou.

**Měrná vnitřní energie** je vztažena na 1 kg látky:

$$u = \frac{U}{m} = c_v \cdot (t_2 - t_1) \text{ (J} \cdot \text{kg}^{-1}\text{)}.$$

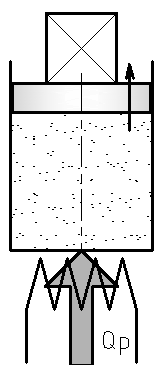
Vnitřní energii soustavy je možno zvýšit **přívodem tepla** nebo **vykonáním práce** (stlačením plynu) – viz obr. Představit si to můžeme tak, že se z makroskopického hlediska nezmění ani poloha těžiště soustavy ani její rychlost (nezmění se polohová a pohybová energie). Vzroste energie molekul (rozkmitají se rychleji), a tedy energie vnitřní. Popsaný děj můžeme vyjádřit rovnicí:



$$\Delta U = Q + A.$$

**V tomto případě rovnici slovně interpretujeme tak, že přírůstek vnitřní energie soustavy je roven součtu přivedeného tepla a (objemové<sup>1</sup>) práce vnějších sil. Vyslovili jsme I. termodynamický zákon (také nazývaný I. hlavní věta termodynamická).**

Obr. 2



V technické termodynamice, kdy studujeme např. principy tepelných motorů, vyjadřujeme I. zákon termodynamiky častěji rovnicí:

$$Q = A + \Delta U.$$

**Přivedené teplo se zčásti využije na (objemovou) mechanickou práci, kterou vykonají vnitřní síly proti okolí a zčásti na zvýšení vnitřní energie.**

Obr. 3

Z rovnic vyplývá, že práce vnitřních a vnějších sil mají opačné znaménko (což v podstatě plyne z principu akce a reakce).

**Znaménková konvence**, důležitá ve výpočtech technické termodynamiky, je:

pro teplo:  $+Q$  – teplo přivedené soustavě z okolí,

$-Q$  – teplo do okolí odvedené,

<sup>1</sup> Pro výpočet práce a výkonu tepelného motoru je důležitá suma všech přivedených a vykonaných objemových prací, což je tzv. práce technická.



pro práci:  $+A$  – práce vnitřních sil vykonaná proti okolí,  
 $-A$  – práce dodaná, konaná proti působení vnitřních sil.

I. věta termodynamická představuje tedy zvláštní tvar bilance celkové energie soustavy a jako taková je důsledkem **zákona zachování energie**. Stroj, který by vyráběl energii „z ničeho“, by porušoval tento první zákon termodynamiky a nazývá se proto **perpetuum mobile prvního druhu**<sup>1</sup>. Termodynamika v tomto širším slova smyslu je **vědou o energii a jejích vlastnostech**.



*První zákon termodynamiky říká pouze tolik, že energii lze vzájemně přeměňovat, připouští tedy i nepřírozené děje, které podle našich zkušeností nemohou v přírodě nastat, např. samovolný přestup tepla z tělesa chladnějšího na těleso teplejší, proto musí být doplněn ještě druhým zákonem termodynamiky a dále konstatováním nedosažitelnosti absolutní nuly.*

O termodynamických zákonech bude podrobněji pojednáno později včetně technických aplikací.

**Příklad:**

25 kg kyslíku o teplotě 17 °C se přivedlo 50 kJ tepla a současně se přivedlo 80 kJ objemové práce. Určete konečnou teplotu kyslíku.

**Řešení:**

Přivedené teplo bude mít kladné znaménko, přivedené práci, konané proti působení vnitřních sil, přiřadíme v rovnici  $Q = A + \Delta U$  znaménko záporné:

$$50 = -80 + 25 \cdot 0,657 \cdot (t_2 - 17), c_v = 0,657 \text{ (kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}\text{)}.$$

Konečná teplota:

$$t_2 = 17 + \frac{50 + 80}{25 \cdot 0,657} = \underline{24,9 \text{ (}^\circ\text{C)}}.$$

**Příklad:**

1200 g vzduchu o teplotě 15 °C se přivede 84 kJ tepla, přičemž teplota stoupne na 40 °C. Jakou objemovou práci vykonal vzduch?

**Řešení:**

V rovnici  $Q = A + \Delta U$  bude mít teplo znaménko kladné (přivedené).  
 $c_v = 0,714 \text{ (kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}\text{)}.$

$$84 = A + 1,2 \cdot 0,714 \cdot (40 - 15) \Rightarrow A = 84 - 1,2 \cdot 0,714 \cdot (40 - 15) = \underline{62,58 \text{ (kJ)}}.$$

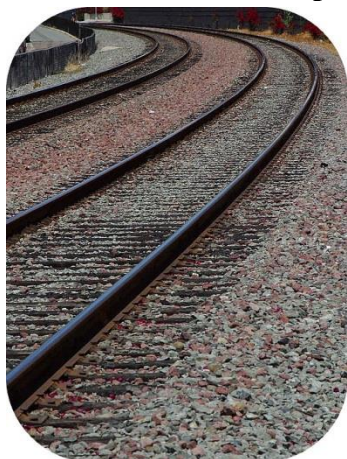
Práce je kladná, v rovnici je zavedena jako práce vnitřních sil, vzduch ji tedy skutečně vykonal.

---

<sup>1</sup> Přesně je perpetuum mobile prvního druhu definováno jako stroj, který by konal proti svému okolí trvale mechanickou práci, aniž by se měnila energie tohoto stroje nebo energie jeho okolí.

## Teplotná roztažnosť a rozpínavosť

### A) Dĺžková roztažnosť pevných látok



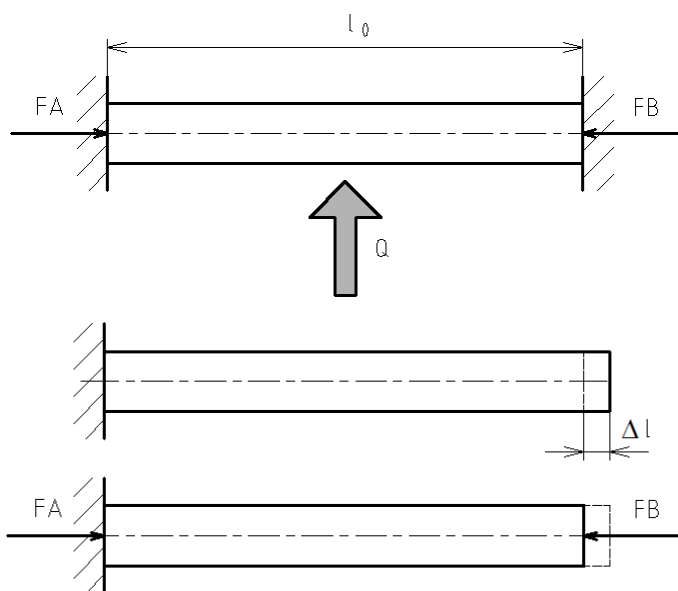
Prosté prodloužení (nebo zkrácení) součásti délky  $l$  je dáno vztahem:

$$\Delta l = l_0 \cdot \alpha \cdot \Delta t \text{ (m, mm).}$$

Součinitel teplotní dĺžkové roztažnosti  $\alpha$  má jednotky  $\text{K}^{-1}$ . Určuje prodloužení tyče dĺžky 1 m při zahřátí o 1 K (nebo  $^{\circ}\text{C}$ ).

Pokud vyjádříme prodloužení jako rozdíl  $\Delta l = l_1 - l_0$ , můžeme určit prodlouženou dĺžku:

$$l_1 = l_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta t).$$



Pokud se těleso (hřídlel, kolejnice, potrubí, drát elektrického vedení) nemůže volně roztahovat nebo smršťovat<sup>1</sup>, vzniká v něm síla a napětí. Předpokládáme-li namáhání v oblasti pružných deformací, řešíme sílu a napětí pomocí Hookova zákona<sup>2</sup>. Jedná se o staticky neurčitou úlohu řešitelnou např. **metodou porovnávání deformací**:

1. Sestavíme statickou podmínku rovnováhy, v tomto případě jako rovnici o dvou neznámých  $F_A - F_B = 0$ ;  $F_A = F_B = F$ .

Obr. 4

2. Předpokládáme, že síla „vrací“ deformaci způsobenou změnou teploty, takže se deformace způsobená změnou teploty rovná deformaci způsobené silou a výsledná deformace je nulová. Odtud druhá rovnice:

$$\Delta l_F = \Delta l_t,$$

$$\frac{F \cdot l_0}{E \cdot S} = l_0 \cdot \alpha \cdot \Delta t,$$

$$\underline{F = E \cdot S \cdot \alpha \cdot \Delta t}; \quad \underline{\sigma = E \cdot \alpha \cdot \Delta t}.$$

<sup>1</sup> Této vlastnosti se říká dilatace materiálu.

<sup>2</sup> Vztah  $\Delta l = \frac{F \cdot l_0}{E \cdot S}$  pro výpočet prostého prodloužení byl z Hookova zákona odvozen v pružnosti a pevnosti.

## B) Objemová roztažnost pevných a kapalných látek

Objem pevného tělesa je v závislosti na teplotě dán rovnicí:

$$V_1 = V_0 \cdot (1 + 3\alpha \cdot \Delta t).$$

U kapalin je objem určen vztahem

$$V_1 = V_0 \cdot (1 + \gamma \cdot \Delta t).$$

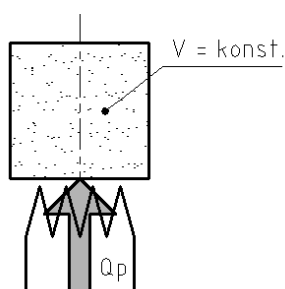
Koeficient  $\gamma$  je součinitel teplotní objemové roztažnosti.

U vody nastává tento růst objemu s teplotou od teploty 4 °C, kdy je hustota vody největší. Mezi teplotami 0 °C a 4 °C se vyskytuje anomálie (odlišnost, zvláštnost), protože se objem s rostoucí teplotou zmenšuje.

## C) Objemová roztažnost a rozpínavost plynů, základní zákony ideálního plynu

Objem plynů je závislý kromě teploty také na tlaku. U plynů rozlišujeme dva základní děje (změny stavu) – děj **izochorický** (za konstantního objemu) a děj **izobarický** (za konstantního tlaku).

### a) izochorický děj ( $V = konst.$ ):



Tlak rozpínajícího se plynu určíme podle vztahu

$$p_1 = p_0 \cdot (1 + \beta \cdot \Delta t).$$

Koeficient  $\beta$  je součinitel izochorické teplotní rozpínavosti plynu a je pro všechny plyny přibližně stejný, má hodnotu  $1/273 \text{ K}^{-1}$ . Tlak se mění v závislosti na teplotě podle Charlesova zákona<sup>1</sup>, který odvodíme z výše uvedené rovnice tak, že budeme předpokládat ohřev z teploty 0 °C na teplotu  $t$ . Pak dostaneme:

Obr. 5

$$p_t = p_0 \cdot \left(1 + \frac{1}{273} \cdot t\right) = p_0 \cdot \frac{273 + t}{273} = p_0 \cdot \frac{T}{273},$$

Obecně

$$\underline{p_t = p_0 \cdot \frac{T}{T_0}}; \quad \underline{\frac{p_t}{p_0} = \frac{T}{T_0}}.$$

---

**Charlesův zákon: Tlak plynu je při stálém objemu přímo úměrný absolutní teplotě, měrné tlaky jsou v poměru absolutních teplot.**

---

### b) izobarický děj ( $p = konst.$ ):

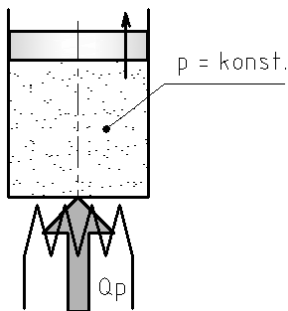
Objemová roztažnost je dána výše uvedeným vztahem

$$V_1 = V_0 \cdot (1 + \gamma \cdot \Delta t)$$

Součinitel izobarické teplotní roztažnosti  $\gamma$  je opět pro všechny plyny stejný a má opět hodnotu  $1/273 \text{ K}^{-1}$ .

---

<sup>1</sup> Jacques Alexandre César Charles (1746-1823), francouzský fyzik, mimo jiné vynálezce vodíkového balónu (1783).



Uvažujeme-li opět ohřev z teploty  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ , obdržíme zcela analogickým postupem Gay-Lussacův<sup>1</sup> zákon :

$$V_t = V_0 \cdot \left(1 + \frac{1}{273} \cdot t\right) = V_0 \cdot \frac{273 + t}{273} = V_0 \cdot \frac{T}{273}$$

Obecně pak

$$\underline{V_t = V_0 \cdot \frac{T}{T_0}; \quad \underline{\frac{V_t}{V_0} = \frac{T}{T_0}.}$$

Obr. 6

**Gay-Lussacův zákon: Objem plynu je při stálém tlaku přímo úměrný absolutní teplotě, objemy jsou v poměru absolutních teplot.**



*V poměrech teplot důsledně dosazujeme absolutní (Kelvinovu) teplotu!*

**Příklad:**

Vnitřní průměr bandáže kola kolejového vozidla je při  $t_1 = 20\text{ }^{\circ}\text{C}$   $D = 552\text{ mm}$ . Kolo, na které je bandáž (nákolek) nasazena má průměr  $d = 553,2\text{ mm}$ . Pro nasazení bandáže za tepla je nutná vůle  $\nu = 1,2\text{ mm}$ , tzn. ohřátá bandáž má mít vnitřní průměr  $D_t = 553,2 + 1,2 = 554,4\text{ mm}$ . Za předpokladu rovnoměrného prodlužování bandáže po celém jejím obvodu (indukční ohřev) určete potřebnou teplotu ohřevu. Součinitel  $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5}\text{ K}^{-1}$ .

**Řešení:**

V rovnici  $l_1 = l_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta t)$  odpovídají délky  $l$  obvodu bandáže před a po ohřevu.

$$\pi \cdot D_1 = \pi \cdot D \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta t),$$

$$\Delta t = \frac{D_1 - D}{D \cdot \alpha} = \frac{554,4 - 552}{552 \cdot 1,2 \cdot 10^{-5}} = 362,3\text{ }(^{\circ}\text{C}).$$

$$\text{Teplota ohřevu } t_2 = t_1 + \Delta t = 20 + 362,3 = 382,3 \doteq \underline{\underline{383\text{ }(^{\circ}\text{C})}}.$$

**Příklad:**

Vzduch, uzavřený v nádrži konstantního objemu, má při teplotě  $t_1 = 20\text{ }^{\circ}\text{C}$  tlak  $p_1 = 1\text{ MPa}$ . Na jakou teplotu se ohřál, je-li jeho tlak po ohřevu  $p_2 = 1,1\text{ MPa}$ ?

**Řešení:**

Tento jednoduchý příklad je zadán hlavně proto, abychom si uvědomili správné dosazování teplot.  $T_1 = t_1 + 273 = 20 + 273 = 293\text{ K}$ .

Z Charlesova zákona:

$$T_2 = T_1 \cdot \frac{p_2}{p_1} = 293 \cdot \frac{1,1}{1} = 322,3\text{ (K)} = \underline{\underline{49,3\text{ }^{\circ}\text{C}}}.$$

<sup>1</sup> Joseph Louis Gay-Lussac (1778-1850), francouzský chemik a fyzik.



**Otázky a úkoly:**

1. Jak se vypočítá množství tepla potřebného pro ohřátí určitého množství látky?
2. Co je to kalorimetrická rovnice?
3. Pokuste se zdůvodnit, proč je rychlovarná konvice úspornější než plotýnkový vaříč.
4. Co se děje s teplotou při změně skupenství?
5. Jak se vypočítá vnitřní energie?
6. Co říká první zákon termodynamiky a se kterým významným fyzikálním zákonem souvisí?
7. Jak se chovají pevné a kapalné látky při ohřevu a ochlazování?
8. Jak se chovají plyny při ohřevu a které základní děje rozeznáváme?

### 3. STAVOVÁ ROVNICE IDEÁLNÍHO PLYNU

Obsah této kapitoly:

→ Stavová rovnice, plynová konstanta

#### Stavová rovnice, plynová konstanta

Obecně se dva různé stavy ideálního plynu<sup>1</sup> liší tlakem, teplotou i měrným objemem. Z laboratorních měření vyplývá vztah

$$\frac{p_1 \cdot v_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot v_2}{T_2} = \frac{p_3 \cdot v_3}{T_3} = \dots = \frac{p_n \cdot v_n}{T_n} = \text{konst.}$$

Konstanta má hodnotu závislou na druhu plynu a nazývá se měrná plynová konstanta, označuje se  $r$  a její rozměr je  $\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ .

Uvedenou rovnici nazýváme stavovou rovnicí ideálního plynu a píšeme ji ve tvaru

$$\underline{p \cdot v = r \cdot T},$$

Pro  $m$  kilogramů látky pak

$$\underline{p \cdot V = m \cdot r \cdot T}.$$

Mezi měrnými tepelnými kapacitami a plynovou konstantou platí Mayerova rovnice:

$$c_p - c_v = r.$$

Poměr hodnot měrných tepelných kapacit udává velikost Poissonovy konstanty  $\kappa$ <sup>2</sup> (jinak též adiabatického exponentu – termín bude vysvětlen později):

$$\frac{c_p}{c_v} = \kappa$$

#### Výběr hodnot některých technických plynů:

Plyn	$r$ ( $\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ )	$c_p$ ( $\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ )	$c_v$ ( $\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ )	$\kappa$ (1)
Kyslík	64,06	0,917	0,657	1,4
Acetylén	319,6	1,529	1,323	1,23
Dusík	296,75	1,038	0,739	1,401
Vzduch	287,04	1,005	0,714	1,402
Oxid uhličitý	188,97	0,821	0,628	1,31
Hélium	2 079,00	5,234	3,202	1,66

#### Příklad:

Vypočítejte hustotu vzduchu při atmosférickém tlaku  $p_a = 759 \text{ mm Hg}$  a teplotě  $20 \text{ }^\circ\text{C}$ .

<sup>1</sup> Předpokládáme znalost pojmu ideálního plynu z fyziky. Ideální plyn je ideálně stlačitelný, nezkapalnitelný, bez vnitřního tření. Lze jej popsat jednoduchými rovnicemi a skutečné plyny se mu při běžných tlacích a teplotách dostatečně blíží.

<sup>2</sup> Pro dvouatomové plyny má hodnotu přibližně 1,4.

**Řešení:**

Tlak přepočítáme na jednotky soustavy SI:

$$p_a = h \cdot \rho_{Hg} \cdot g = 0,760 \cdot 13\,600 \cdot 9,81 = 101\,396,2 \text{ (Pa)}.$$

Ze stavové rovnice vypočítáme (plynovou konstantu vyhledáme v tabulce):

$$\rho = \frac{1}{v} = \frac{p}{r \cdot T} = \frac{101\,386,2}{287 \cdot (20 + 273)} = \underline{1,206 \text{ (kg} \cdot \text{m}^{-3}\text{)}}.$$

**Příklad:**

V nádobě o objemu  $V = 0,1 \text{ m}^3$  je vzduch o tlaku  $p = 1 \text{ MPa}$  a teplotě  $t = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ . Určete hmotnost vzduchu a objem, který vzduch zaujme za normálních fyzikálních podmínek tj.  $p_n = 0,1 \text{ MPa}$ ,  $t_n = 0 \text{ }^\circ\text{C}$ .

**Řešení:**

Hmotnost vzduchu ze stavové rovnice:

$$m = \frac{p \cdot V}{r \cdot T} = \frac{1 \cdot 10^6 \cdot 0,1}{287 \cdot (20 + 273)} = \underline{1,189 \text{ (kg)}}.$$

Objem za normálních podmínek:

$$V_n = V \cdot \frac{p \cdot T_n}{p_n \cdot T} = 0,1 \cdot \frac{1 \cdot 10^6 \cdot 273}{0,1 \cdot 10^6 \cdot 293} = \underline{0,932 \text{ (m}^3\text{)}}.$$

**Otázky:**

1. V jakých jednotkách dosazujeme veličiny ve stavové rovnici?
2. Na čem závisí měrná plynová konstanta?

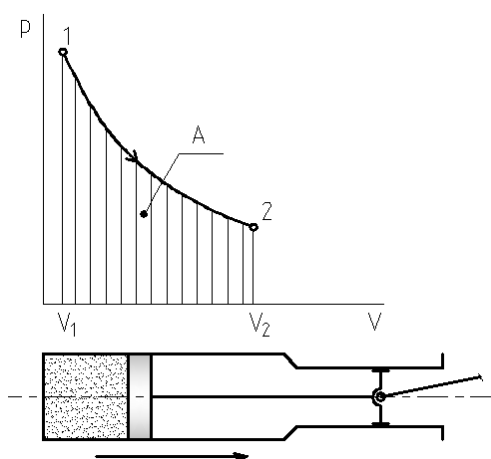
## 4. PRVNÍ ZÁKON TERMODYNAMIKY, ABSOLUTNÍ A TECHNICKÁ PRÁCE

Obsah této kapitoly:

- Absolutní a technická práce
- Dva tvary prvního zákona termodynamiky, entalpie
- Výkon tepelného motoru

### Absolutní a technická práce

**Absolutní práce  $A$  je totožná s prací objemovou, kterou jsme poznali v kapitole o vnitřní energii. Je to jednorázová práce tlakových sil spotřebovaná při kompresi nebo vykonaná při expanzi. Absolutní práci se nazývá proto, že ji měříme vzhledem k tlakové nule – absolutnímu vakuu.**

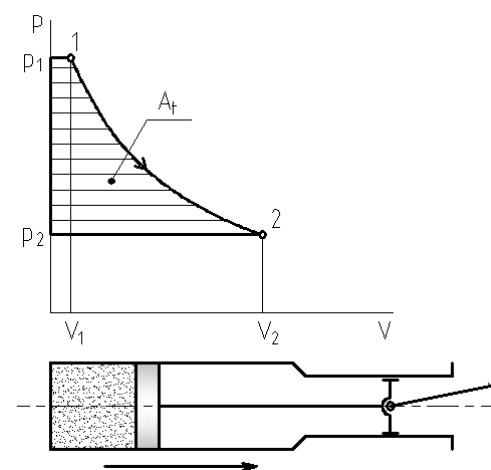


Obr. 7

V diagramu  $p$ - $V$  (popř.  $p$ - $v$ ) odpovídá absolutní práce obsahu plochy mezi křivkou průběhu změny stavu a osou  $x^1$ . V našem případě se jedná o expanzi – tedy pracovní zdvih tepelného motoru.

Práce (vnitřních sil) při expanzi je kladná, práce při kompresi (konaná proti působení vnitřních sil) je záporná.

**Technickou práci  $A_t$  si na základě obrázku v úvodu kapitoly představíme jako výslednou práci při jedné otáčce pístového stroje. Je tedy rovna algebraickému součtu všech absolutních prací<sup>2</sup>.**



Obr. 8

Obrázek znázorňuje cyklus myšleného ideálního motoru (ve skutečnosti nemůže samozřejmě píst narazit na dno válce, ale zavedení skutečných dějů by znesnadnilo pochopení základních principů).

Technická práce:

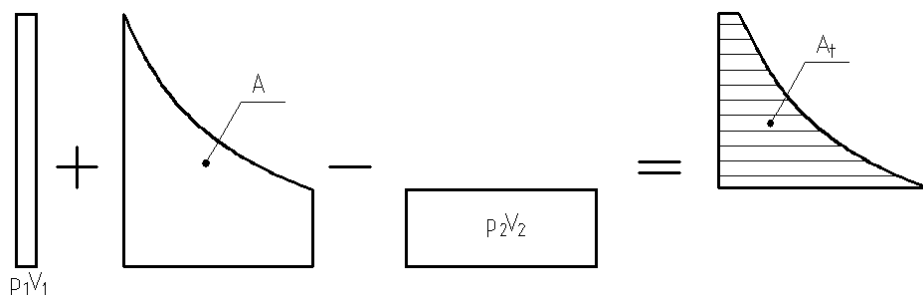
$$A_t = \sum A_i$$

$$A_t = p_1 V_1 + A - p_2 V_2.$$

<sup>1</sup> V hydromechanice jsme odvozovali tlakovou energii jako práci tlakové síly a výsledný vztah byl  $p \cdot V$  – tedy plocha  $p$ - $V$  diagramu.

<sup>2</sup> Např. čtyřdobý spalovací motor pracuje v cyklu sání – komprese – expanze – výfuk. Kladnou práci získáme pouze při expanzi, při ostatních zdvích se část práce do cyklu vrací.





Obr. 9

### **🔊 Dva tvary prvního zákona termodynamiky, entalpie**

Absolutní práci, vyjádřenou ze vztahu pro práci technickou, dosadíme do již zavedeného tvaru prvního zákona termodynamiky  $Q = A + \Delta U$ :

$$A = A_t + p_2V_2 - p_1V_1,$$

$$Q = \Delta U + A_t + p_2V_2 - p_1V_1 = A_t + (U_2 + p_2V_2) - (U_1 + p_1V_1).$$

Výraz  $U + pV$ , tedy **součet vnitřní a tlakové energie**, vyjadřuje **entalpii  $I$** .

#### **Entalpie:**

**Entalpie je energetická stavová veličina, podobně jako vnitřní energie (také má rozměr energie – J). Představuje klidovou energii vzdušiny<sup>1</sup>. V některých publikacích je značena  $H$ .**

Změna entalpie:

$$\Delta I = I_2 - I_1 = (U_2 + p_2V_2) - (U_1 + p_1V_1) = U_2 - U_1 + p_2V_2 - p_1V_1.$$

Vnitřní energii vyjádříme jako teplo přivedené za stálého objemu, součiny  $pV$  nahradíme součiny  $mrT$  ze stavové rovnice a využijeme vztahu  $c_p - c_v = r$  (Mayerova rovnice):

$$\Delta I = m \cdot c_v \cdot (T_2 - T_1) + m \cdot rT_2 - m \cdot rT_1 = m \cdot (c_v + r) \cdot (T_2 - T_1) = \underline{m \cdot c_p \cdot (T_2 - T_1)}.$$

**Změna entalpie je rovna teplu přivedenému (odvedenému) za stálého tlaku.**

#### **Druhý tvar prvního termodynamického zákona:**

Po dosazení do upraveného prvního termodynamického zákona dostaneme jeho **druhý tvar**:

$$Q = A_t + I_2 - I_1.$$

Ve tvaru měrných energií pro 1 kg plynu (rovnici dělíme hmotností  $m$ ):

$$q = a_t + i_2 - i_1.$$

<sup>1</sup> Např. pára v kotli má vysokou teplotu a tlak. Její klidovou energii – entalpii můžeme přeměnit na energii kinetickou, díky níž pára pohání rotor.

Tento druhý tvar prvního termodynamického zákona, který je výhodný pro výpočty energetických strojů.

---

**Připomeňme už dříve uvedenou znaménkovou konvenci:**

**pro teplo:**  $+Q$  – teplo přivedené soustavě z okolí,

$-Q$  – teplo do okolí odvedené,

**pro práci:**  $+A$  – práce vnitřních sil vykonaná proti okolí,

$-A$  – práce dodaná, konaná proti působení vnitřních sil.

---

**Příklad:**

Na stlačení 0,42 kg vodíku o teplotě 15 °C byla vynaložena objemová práce 220 kJ, přičemž bylo zároveň chlazením odvedeno 186 kJ tepla. Jaká je teplota vodíku po stlačení?

**Řešení:**

Teplotu vodíku vypočítáme ze změny vnitřní energie, která je rovna teplu sdělenému za stálého objemu:  $\Delta U = m \cdot c_v \cdot (t_2 - t_1)$ .

Změnu vnitřní energie vypočítáme z prvního zákona termodynamiky, kde dosadíme práci se znaménkem – (práce vykonaná nad soustavou) a teplo také se znaménkem – (teplo odvedené):

$$Q = A + \Delta U,$$

$$-186 = -220 + \Delta U \Rightarrow \Delta U = 34 \text{ (kJ)}.$$

$$\Delta U = m \cdot c_v \cdot (t_2 - t_1), \text{ tedy } t_2 = t_1 + \frac{\Delta U}{m \cdot c_v} = 15 + \frac{34}{0,42 \cdot 10,111} = \underline{23 \text{ (}^\circ\text{C)}}$$

### Výkon tepelného motoru

---

Výkon je fyzikálně definován jako práce vykonaná za jednotku času, v našem případě se jedná o periodicky konanou práci technickou:

$$P = \frac{A_t}{\tau} = \frac{m \cdot a_t}{\tau} = Q_m \cdot a_t.$$

Jednotkou je watt – W. U velkých tepelných strojů udáváme výkon v kW, MW. V případě teoretického pracovního stroje (neuvažujeme ztráty), např. kompresoru, se podle výše uvedeného vztahu počítá příkon.

---

Výpočet technické práce záleží na druhu stavové změny. Ty budou probrány později.



**Otázky a úkol:**

1. Jaký je rozdíl mezi absolutní a technickou prací?
2. Co vyjadřuje entalpie a jak se vypočítá její změna?
3. Uveďte oba tvary prvního zákona termodynamiky pro obecné množství látky a pro 1 kg.

## 5. DRUHÝ ZÁKON TERMODYNAMIKY, ENTROPIE

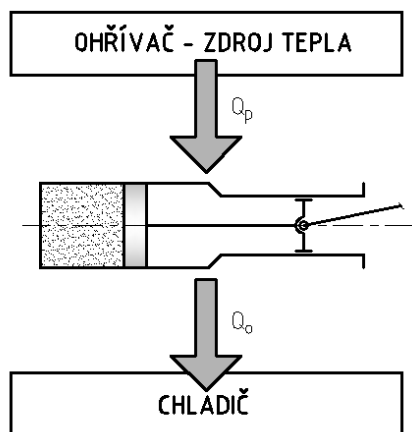
Obsah této kapitoly:

- Perpetuum mobile druhého druhu, přirozené a nepřirozené změny
- Druhý zákon termodynamiky, tepelná účinnost
- Entropie a matematický tvar druhého zákona

### Perpetuum mobile druhého druhu, přirozené a nepřirozené změny

První zákon termodynamiky vylučuje sestavení perpetua mobile prvního druhu, tj. stroje, který by trvale konal práci, aniž by mu byla dodávána energie. Stroj, který by pouze trvale přejímal teplo od nějakého zdroje a nezpůsobil žádné jiné změny, tedy by všechno toto teplo využil ke konání práce (měl by účinnost 1), však prvnímu zákonu neodporuje. Přesto je podle našich zkušeností nemožné takový stroj sestavit. Nazývá se perpetuum mobile druhého druhu.

Takový stroj by trvale nepracoval, brzy by se přehřál růstem vnitřní energie. V úvodu zmíněný **Nicolas Carnot** zjistil, že každý periodicky pracující tepelný motor musí být v kontaktu se dvěma tepelnými zásobníky: se zdrojem (ohřívačem), který je **teplejší** než motor, a s chladičem, který je **chladnější**. K úspěšné práci tepelného stroje je tedy potřeba **rozdílu teplot**. Čím je rozdíl větší, tím lépe. Výstupní teplota je dána teplotou okolí (a je tedy poměrně vysoká), můžeme teoreticky libovolně zvyšovat vstupní teplotu, tam jsme omezeni možnostmi materiálů.



Obr. 10

Je zřejmé, že přirozené změny v přírodě probíhají pouze určitým směrem, nikdy ne naopak: voda teče samovolně pouze shora dolů, teplo samovolně přechází pouze z tělesa teplejšího na těleso chladnější, plyn vypuštěný z láhve se rozptýlí po celé místnosti, ale do láhve se samovolně nevrátí, hrnek samovolně spadne se stolu a rozbije se, ale střepy se už samovolně neposkládají v hrnek a nevyskočí na stůl. To by byly změny **nepřirozené**. Statistická termodynamika říká, že přirozené děje mají mnohem větší pravděpodobnost, že se uskuteční, než děje nepřirozené.

Popsané **přirozené děje** (vyrovnávání teplot, stékání vody k moři, rozptýlení plynu, rozbití hrnku) mají něco společného: spějí k **méně uspořádaným stavům**.

### Druhý zákon termodynamiky, tepelná účinnost

Věta „Teplo nemůže samovolně přecházet z tělesa chladnějšího na teplejší“ je

**doplněním I. termodynamického zákona a je jednou z formulací II. termodynamického zákona<sup>1</sup> (II. věty termodynamické). Udává směr samovolného přirozeného toku energie. Jiným vyjádřením je formulace: **Není možné sestrojít takový trvale pracující stroj, který by nezpůsoboval žádné jiné změny, než že by odnímal stálé množství tepla jednomu zdroji o stálé teplotě. První formulace je tzv. Carnot-Clausiova, druhá je Planckova.****

---

II. zákon termodynamiky vylučuje sestrojení trvale pracujícího stroje, který by pouze odnímal teplo z okolí, i stroje, který by „poháněl sám sebe“ (opět s účinností 1), tedy by v něm např. vratně expandovalo a bylo komprimováno určité množství plynu, vykonanou prací by se poháněl setrvačnický a vracel by energii zpět. Analogií s takovým tepelným strojem jsou třeba dva spřažené hodinové stroje, kdy jeden natahuje druhý a pak si to vymění, nebo elektromotor pohánějící dynamo, které vyrábí proud pro pohon téhož elektromotoru. Při každé změně přejde určité množství energie ve formě nevratného ztrátového tepla **stejným směrem** (tření, víření, deformační práce), zpět však už ne. Proto se stroj „pohánějící sebe sama“ zastaví. Jeho energie tak postupně „degraduje“ k teplu.

### **Tepelná účinnost:**

---

**Z Carnotova schématu v úvodu plyne, že rozdíl přivedeného a odvedeného tepla představuje množství tepla využitelného ke konání práce. Tento rozdíl vztažený na přivedené teplo představuje tepelnou (termickou) účinnost stroje:**

$$\eta_t = \frac{Q_p - Q_o}{Q_p}.$$

---

Stoprocentní účinnosti a přeměny veškerého přivedeného tepla v práci by bylo možno dosáhnout za předpokladu, že bychom neodváděli ze stroje žádné teplo ( $Q_o = 0$ ). Abychom nebyli v rozporu s II. zákonem termodynamiky, museli bychom dosáhnout na výstupu teploty absolutní nuly (0 K). **Absolutní nuly však není možno dosáhnout.** Teplotu navíc nemá smysl uměle snižovat, neboť na vytvoření extrémně nízké teploty bychom spotřebovali mnohem víc energie, než vyprodukuje náš tepelný motor.

Kdosi moudrý shrnul termodynamiku do vtipné prűpovídky:

**„Není možno vyhrát, je možno pouze dosáhnout nerozhodného výsledku. (I. zákon).  
Nerozhodného výsledku je možno dosáhnout za předpokladu absolutní nuly. (II. zákon).  
Není možno dosáhnout absolutní nuly...“**

### **🔊 Entropie a matematický tvar II. termodynamického zákona**

Zmíněnou tendenci přírody samovolně nabývat pouze méně uspořádaných stavů popisuje věda uměle vytvořenou veličinou, která se nazývá **entropie<sup>2</sup>**.

---

**Při samovolných dějích entropie izolované soustavy nemůž e klesat<sup>3</sup> (dochází k vyrovnávání teplot<sup>4</sup>, vzrůstá pravděpodobnost a nevratnost stavu).**

---

<sup>1</sup> Nejobecnější formulací je věta: Samovolné děje v přírodě směřují k méně uspořádaným stavům, jinou formulací je prosté konstatování: Není možné sestrojít perpetuum mobile druhého druhu.

<sup>2</sup> Z řeckého έντροπειν – obracet.

<sup>3</sup> Autorův učitel fyziky na vysoké škole to formuloval půvabně: „I řekl Bůh, když tvořil svět: Budiž entropie maximální.“

<sup>4</sup> Odtud pocházela i teorie tepelné smrti vesmíru, která se dívala na vesmír jako na izolovanou soustavu a předpokládala, že po vyrovnání teplot ustane veškerý pohyb i život.

Jinak je tomu u soustav otevřených, které si vyměňují s okolím nejen energii, ale i hmotu. U těch může entropie i klesat (hmota entropii přináší nebo odnáší). Je to případ živých organismů, které se tak mohou více organizovat a tím vyvíjet.

Entropie je energetická stavová veličina, která byla zavedena právě v souvislosti s termodynamickými zákony Rudolffem Clausiem<sup>1</sup>.

---

### **Pomocí entropie lze matematicky vyjádřit II. termodynamický zákon:**

$$\Delta S \geq \frac{\Delta Q}{T} \text{ (J} \cdot \text{K}^{-1}\text{)}.$$

---

Znaménko nerovnosti platí pro nevratné procesy, znaménko rovnosti pro vratné. Z této rovnice, jejíž odvození a podrobnější rozbor se vymykají poslání dané učebnice, mimo jiné plyne, že teplo uchované při vyšší teplotě má jakousi větší „kvalitu“. Tedy že snáze přechází na nižší teplotu a je ho možno využít pro konání práce. Velké množství tepla při nízké teplotě (např. v místnosti) je bezcenné, protože nemáme k dispozici přirozeně nízkou teplotu, k níž by mohlo směřovat (uspořádanější stav, větší vzrůst entropie).

Jiným praktickým využitím rovnice je možnost znázornit teplo graficky v diagramu  $T$ - $S$ , či spíše  $T$ - $s$  (měrná entropie  $s$  v  $\text{J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$ ). To bude ukázáno v následující kapitole.



#### **Otázky a úkoly:**

1. Popište perpetuum mobile I. a II. druhu.
2. Vyslovte II. zákon termodynamiky. V čem spočívá konstatování, že doplňuje první zákon?
3. Co vyjadřují stavové veličiny vnitřní energie, entalpie a entropie?
4. Za jaké podmínky by mohl mít tepelný stroj účinnost 1, aniž by porušil I. a II. termodynamický zákon? Je to podmínka uskutečnitelná?
5. Jak se určí tepelná (termická) účinnost?

---

<sup>1</sup> Rudolf Julius Emanuel Clausius (1822-1888), německý fyzik. Navazoval na práci Carnotovu, Jouleovu a dalších.

## 6. ZÁKLADNÍ VRATNÉ ZMĚNY STAVU IDEÁLNÍHO PLYNU

Obsah této kapitoly:

- Vratné a nevratné změny
- Postup při rozboru změn se vztahem k řešení úloh
- Izochorický a izobarický přívod a odvod tepla
- Izotermická a izobarická komprese a expanze
- Změna polytropická

### Vratné a nevratné změny

**Vratný** (idealizovaný) **děj** si můžeme představit například jako střídavé stlačování (kompresi) a rozpínání (expanzi) stálého množství plynu ve válci s pístem, při němž by pracovní látka procházela v obou směrech týmiž stavy. Ve skutečnosti tomu tak není, protože při obou dějích, kompresi i expanzi, přechází určití množství energie stejným směrem (podle druhého zákona termodynamiky). Energie plynu tedy klesá a „degraduje“ k teplu. Skutečný děj je **nevratný**.

Vratnému ději bychom se hypoteticky přiblížili nekonečně pomalou změnou, při níž by pracovní látka procházela pouze rovnovážnými stavy (v celém objemu by došlo k vyrovnání teplot a tlaků). S idealizovanými vratnými ději pracujeme proto, že jsou popsateľné jednoduchými rovnicemi, jejich řešení nám usnadní pochopení základních principů ve skutečnosti znejasněných mnoha dílčími vlivy, a vratné změny často postačí s dostatečnou přesností i při řešení skutečných dějů (korigujeme je součiniteli a odhadnutými účinnostmi).

### Postup při rozboru změn se vztahem k řešení úloh

Každá změna stavu je popsána rovnicí a lze ji znázornit v diagramu  $p$ - $V$ , popř.  $p$ - $v$  (pracovní diagram) a v diagramu  $T$ - $s$  (tepelný diagram). Vyjádříme práci, přivedené nebo odvedené teplo, případně na změnu aplikujeme první zákon termodynamiky v prvním nebo druhém tvaru. Toto schéma aplikujeme na zadanou úlohu, která začíná určením změny, která se v úloze vyskytuje:

- rovnice změny stavu,
- pracovní a tepelný diagram,
- práce, přivedené či odvedené teplo nebo první zákon termodynamiky.

Uvedené vztahy a diagramy někdy v úloze doplníme stavovou rovnicí ve tvaru  $p \cdot v = r \cdot T$  nebo  $p \cdot V = m \cdot r \cdot T$ .

### Izochorický a izobarický přívod a odvod tepla

Nejčastějším případem, kdy pracujeme s izochorickou a izobarickou změnou, je právě přívod nebo odvod tepla v tepelných motorech.

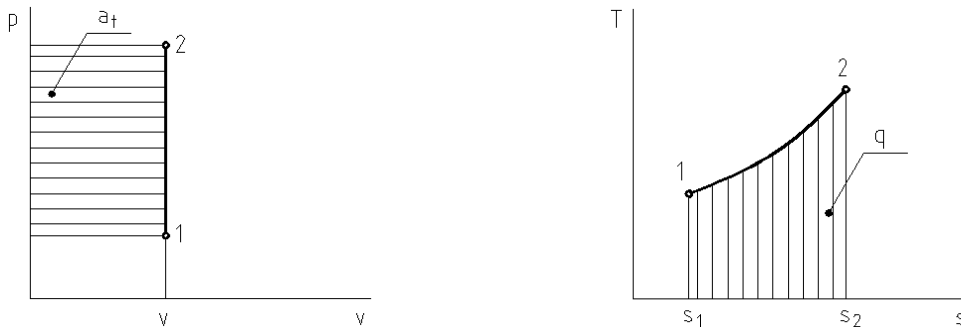
#### **Změna izochorická** ( $V = konst.$ )

Jak bylo už dříve konstatováno, izochorickou změnu si představíme jako ohřev nebo ochlazování plynu v uzavřené nádobě. Je popsána **Charlesovým zákonem**, který jsme odvodili ze vztahu pro rozpínavost, zde jej vyvodíme ze stavové rovnice ideálního plynu:

$$\frac{p_1 \cdot v_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot v_2}{T_2}; v_1 = v_2,$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1}$$

Diagramy (pro přívod tepla<sup>1</sup>, např. spalování v zážehovém motoru):



Obr. 11

Absolutní (objemová) práce je rovna 0.

Technická práce (dodaná, záporná):

$$a_t = -(p_2 - p_1) \cdot v.$$

Přivedené teplo:

$$q = a + \Delta u = u_2 - u_1 = c_v \cdot (T_2 - T_1).$$

Teplo zvětší vnitřní energii plynu.

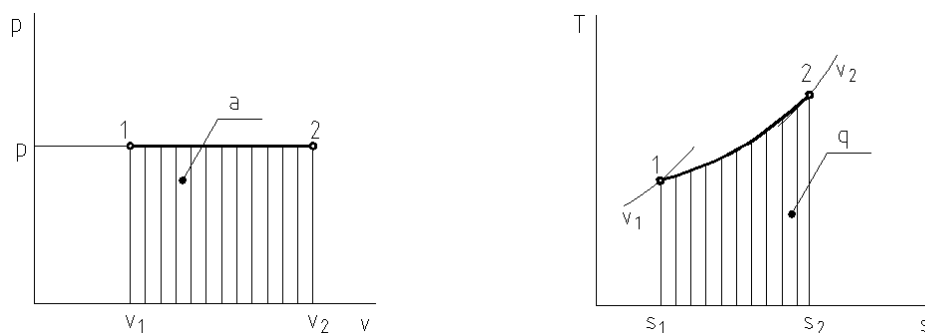
**Změna izobarická** ( $p = konst.$ ):

Izochorická změna byla již dříve znázorněna nádobou s pístem, který se vysouvá díky roztažnosti plynu, a byl odvozen Gay-Lussacův zákon. Ten nyní odvodíme ze stavové rovnice ideálního plynu:

$$\frac{p_1 \cdot v_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot v_2}{T_2}; p_1 = p_2,$$

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{T_2}{T_1} \text{ nebo } \frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1}.$$

Diagramy (pro přívod tepla, např. ve vznětovém motoru nebo spalovací turbíně):



Obr. 12

<sup>1</sup> Předpokládáme, že diagramy pro opačný děj si žák odvodí sám.

Technická práce je rovna 0.

Absolutní práce vykonaná expandujícím plynem:

$$a = p \cdot (v_2 - v_1) = r \cdot (T_2 - T_1).$$

Přivedené teplo:

$$q = a_t + \Delta i = i_2 - i_1 = c_p \cdot (T_2 - T_1).$$

Teplo zvýší entalpii plynu.

## Izotermická a adiabatická komprese a expanze

**Izotermická změna probíhá za konstantní teploty. Izotermická komprese je důležitým dějem, protože se mu snažíme přiblížit ve skutečných kompresorech<sup>1</sup>. Představuje úsporu práce, kterou musíme vynaložit na stlačování plynu. Skutečné děje jsou však spíše adiabatické<sup>2</sup>. Adiabatická změna je taková změna, při níž není sdíleno teplo s okolím, a skutečné děje v tepelných strojích se této změně blíží, protože jsou vesměs velmi rychlé a teplo se nestačí sdílet.**

**Změna izotermická ( $T = konst.$ ):**

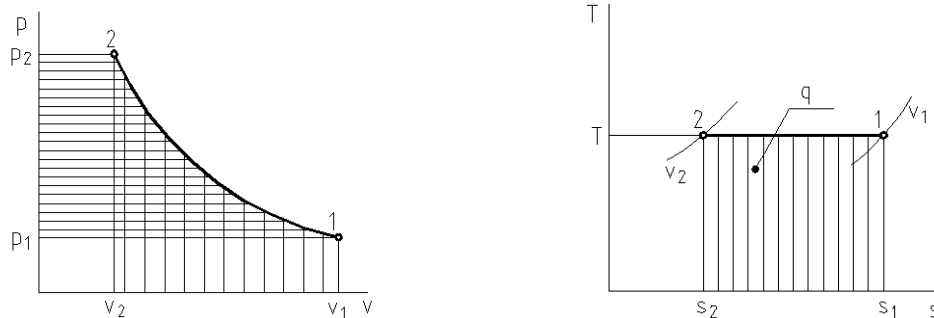
Řídí se Boyle-Mariotteovým zákonem.

$$\frac{p_1 \cdot v_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot v_2}{T_2}; T_1 = T_2,$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{v_1}{v_2}.$$

V diagramu  $p-v$  je znázorněna rovnoosou hyperbolou s rovnicí  $p = p_1 v_1 \cdot \frac{1}{v}$ .

Diagramy (pro izotermickou kompresi):



Obr. 13

Protože  $\Delta u = c_v \cdot (T_2 - T_1) = 0$  i  $\Delta i = c_p \cdot (T_2 - T_1) = 0$ , plyne z prvního zákona termodynamiky:

$$q = a = a_t.$$

Integrací plochy diagramu  $p-v$  dostaneme:

$$q = a = a_t = p_1 v_1 \cdot \ln \frac{p_1}{p_2} = rT \cdot \ln \frac{p_1}{p_2}.$$

<sup>1</sup> Kompresory jsou stroje pro stlačování a dopravu plynů, nejčastěji vzduchu.

<sup>2</sup> Adiabatický = neprostupný.



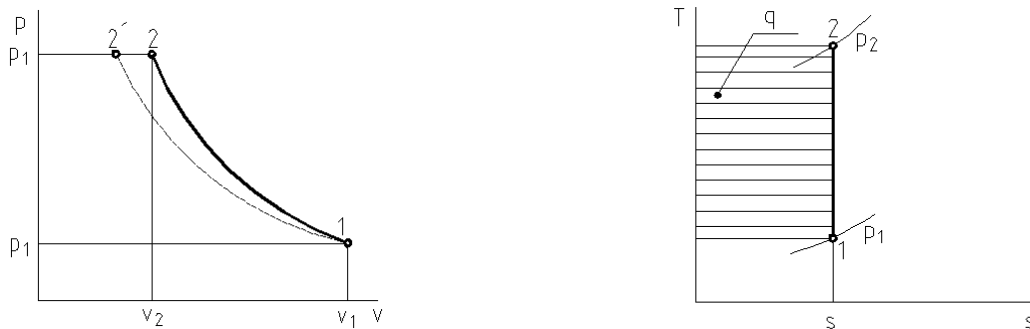
### Změna adiabatická ( $q = 0$ ):

Adiabatická změna je popsána rovnicí:

$$p_1 \cdot v_1^\kappa = p_2 \cdot v_2^\kappa.$$

Exponent  $\kappa$  (kappa) se nazývá adiabatický exponent. Jeho hodnota závisí na druhu molekuly plynu. U dvouatomových plynů dosazujeme hodnotu 1,4.

Diagramy (v  $p$ - $v$  diagramu je pro porovnání vyznačena čárkovaně komprese izotermická<sup>1</sup>; na izotermickou kompresi tedy potřebujeme vynaložit méně práce, proto kompresory chladíme):



Obr. 14



*Vratná adiabatická změna je změnou **izoentropickou** (za konstantní entropie). Definiujeme i nevratnou adiabatickou změnu, u níž vzniká třením a vířením nevratné teplo, které zůstává v systému.*

Pro tepelné motory je důležitá práce **při expanzi**. Práce absolutní:

$$a = \frac{1}{\kappa - 1} \cdot p_1 v_1 \cdot \left[ 1 - \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right],$$

místo  $p_1 v_1$  můžeme dosadit  $rT_1$ .

Technická práce:

$$a_t = \kappa \cdot a.$$

Technická práce při expanzi z prvního zákona termodynamiky<sup>2</sup>:

$$0 = a_t + i_2 - i_1,$$

$$a_t = i_1 - i_2 \text{ (J} \cdot \text{kg}^{-1}\text{)}.$$

### **Příklad:**

Vzdušník (zásobník stlačeného vzduchu) má vnitřní průměr  $D = 900$  mm a délku  $l = 3,5$  m. Je plněn kompresorem o přetlaku  $\Delta p_p = 0,68$  MPa při teplotě  $185$  °C. Atmosférický tlak je  $0,099$  MPa. Stanovte: a) absolutní tlak ve vzdušníku; b) absolutní tlak v případě, že se vzduch

<sup>1</sup> Rovnici izotermické změny dostaneme, když za adiabatický exponent dosadíme hodnotu 1.

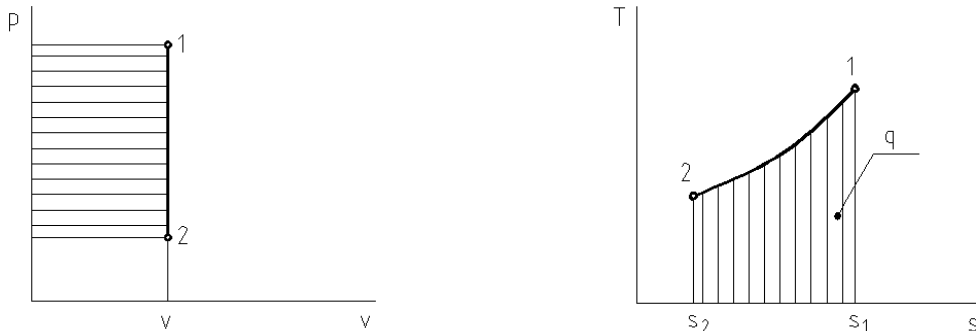
<sup>2</sup> Např. při výpočtu parní turbíny známe počáteční a konečnou entalpii páry (z parních tabulek nebo diagramů páry) a můžeme tak stanovit teoretický výkon ze vztahu  $P = Q_m \cdot a_t$ .

ochladí na 25 °C; c) hmotnost vzduchu ve vzdušníku; d) jaké množství tepla se při chlazení odvedlo při ochlazení vzdušníku.

**Řešení:**

a) absolutní tlak ve vzdušníku:

$$p = p_a + \Delta p_p = 0,099 + 0,68 = \underline{0,779 \text{ (MPa)}}.$$



Obr. 15

b) izochorická změna (ochlazování vzduchu v uzavřené nádobě):

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow p_2 = p_1 \cdot \frac{T_2}{T_1} = 0,779 \cdot \frac{298,15 \text{ K}}{458,15 \text{ K}} = \underline{0,507 \text{ (MPa)}}.$$

c) hmotnost vzduchu ve vzdušníku:

$$V = \frac{\pi D^2}{4} \cdot l = \frac{\pi \cdot 0,9^2}{4} \cdot 3,5 = 2,227 \text{ (m}^3\text{)},$$

$$p_1 \cdot V = m \cdot r \cdot T_1 \Rightarrow m = \frac{p_1 \cdot V}{r \cdot T_1} = \frac{0,776 \cdot 10^6 \cdot 2,23}{287 \cdot 458,15} = \underline{13,16 \text{ (kg)}}.$$

d) množství tepla (= v tomto případě změně vnitřní energie):

$$Q = m \cdot c_v \cdot (T_2 - T_1) = 13,16 \cdot 714 \cdot 160 = \underline{15,034 \cdot 10^5 \text{ (J)}}.$$

(Měrnou tepelnou kapacitu vyhledáme v tabulkách).

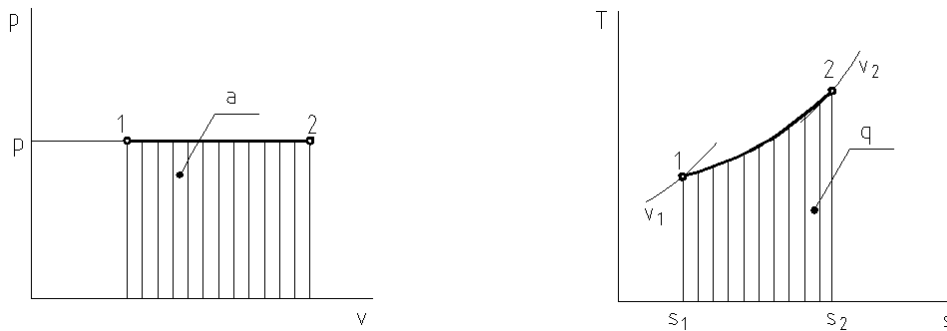
**Příklad:**

V ohříváku vzduchu se ohřívá izobaricky  $Q_V = 25 \text{ m}^3 \cdot \text{min}^{-1}$  vzduchu z teploty  $t_1 = 17 \text{ °C}$  na teplotu  $t_2 = 127 \text{ °C}$ . Kolikrát se zvětší objem vzduchu při ohřevu, jestliže děj probíhá za stálého tlaku  $p = 0,12 \text{ MPa}$ ? Kolik tepla za hodinu je třeba vzduchu dodat?

**Řešení:**

a) Zvětšení objemu vzduchu (změna izobarická):

$$\frac{Q_{V2}}{Q_{V1}} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{400,15 \text{ K}}{290,15 \text{ K}} = \underline{1,38}.$$



Obr. 16

b) Hmotnostní tok (ze stavové rovnice; vzduch považujeme za ideální plyn) a množství tepla:

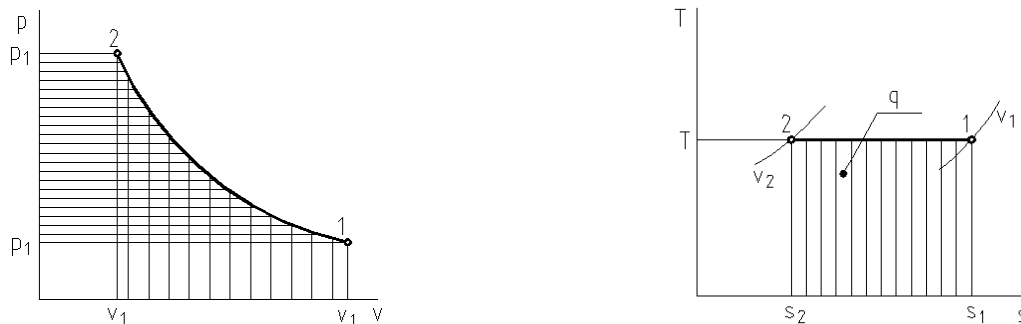
$$Q_m = \frac{Q_{V1} \cdot p}{r \cdot T_1} = \frac{25 \cdot 0,12 \cdot 10^6}{287 \cdot 290,15} = 36,03 \text{ (m}^3 \cdot \text{min}^{-1}\text{)} = 2\,161,8 \text{ (m}^3 \cdot \text{h}^{-1}\text{)},$$

$$Q_\tau = Q_m \cdot c_p \cdot \Delta T = 2\,161,8 \cdot 1\,005 \cdot 110 = \underline{2,39 \cdot 10^8 \text{ (J} \cdot \text{h}^{-1}\text{)}}.$$

**Příklad:**

V ideálním kompresoru se izotermicky stlačuje vzduch z tlaku  $p_1 = 0,1$  MPa na tlak  $p_2 = 0,6$  MPa při teplotě  $t = 17$  °C. Dodávané množství je  $Q_V = 60 \text{ m}^3 \cdot \text{h}^{-1}$ . Stanovte: a) technickou práci, kterou je nutno dodat, b) množství tepla, které je nutno odvést, c) teoretický výkon hnacího motoru (příkon kompresoru).

**Řešení:**



Obr. 17

a) dodávaná technická práce:

$$a_t = rT \cdot \ln \frac{p_1}{p_2} = 2,3 \cdot rT \cdot \log \frac{p_1}{p_2} = 2,3 \cdot 287 \cdot 290,15 \cdot \log \frac{0,1}{0,6} = \underline{-149\,037,8 \text{ (J} \cdot \text{kg}^{-1}\text{)}}.$$

b) odnímané množství tepla:

$$q = a_t.$$

c) teoretický příkon:

$$P = Q_m \cdot a_t = \frac{p_2 \cdot Q_V}{r \cdot T} \cdot a_t = -\frac{0,6 \cdot 10^6 \cdot 60}{3600 \text{ s} \cdot 287 \cdot 290,15} \cdot 149\,037,8 = -17\,897,5 \text{ (W)} =$$

$$= \underline{-17,9 \text{ (kW)}}.$$

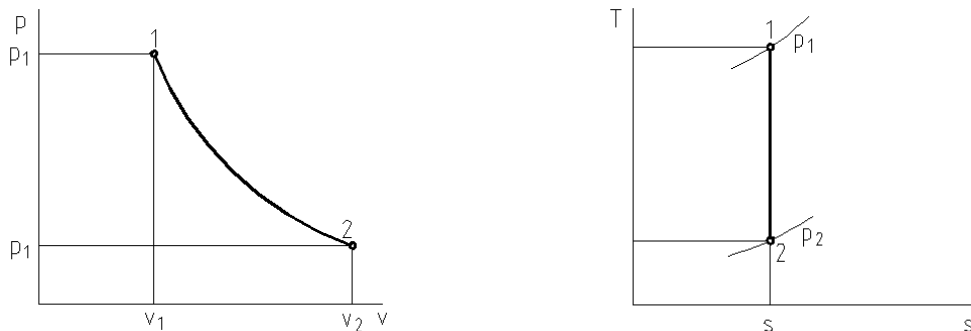
Znaménko minus naznačuje, že se jedná o přiváděnou práci a přiváděný výkon při kompresi.

**Příklad:**

Na jaký tlak by se musela adiabaticky stlačit směs vzduchu a benzínových par ve válci zážehového motoru, aby nastalo samovznícení<sup>1</sup>? Počáteční teplota směsi je  $t_1 = 100 \text{ °C}$ , samozápal nastává při teplotě  $t_2 = 430 \text{ °C}$ . Nasávací tlak je  $p_1 = 0,09 \text{ MPa}$ ,  $\kappa = 1,4$ .

**Řešení:**

Nejprve odvodíme závislost mezi tlaky a teplotami u adiabatické změny. Použijeme rovnice adiabatické změny a stavové rovnice ideálního plynu.



Obr. 18

$$p_1 \cdot v_1^\kappa = p_2 \cdot v_2^\kappa; p_1 v_1 = rT_1; p_2 v_2 = rT_2.$$

$$p_1 \cdot \left(\frac{rT_1}{p_1}\right)^\kappa = p_2 \cdot \left(\frac{rT_2}{p_2}\right)^\kappa,$$

po úpravě:

$$\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = \frac{T_2}{T_1}.$$

Tlak při samovznícení:

$$p_2 = p_1 \cdot \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} = 0,09 \cdot \left(\frac{703,15}{373,15}\right)^{\frac{1,4}{0,4}} = \underline{0,827 \text{ (MPa)}}$$

**🔊) Změna polytropická – obecná změna stavu**

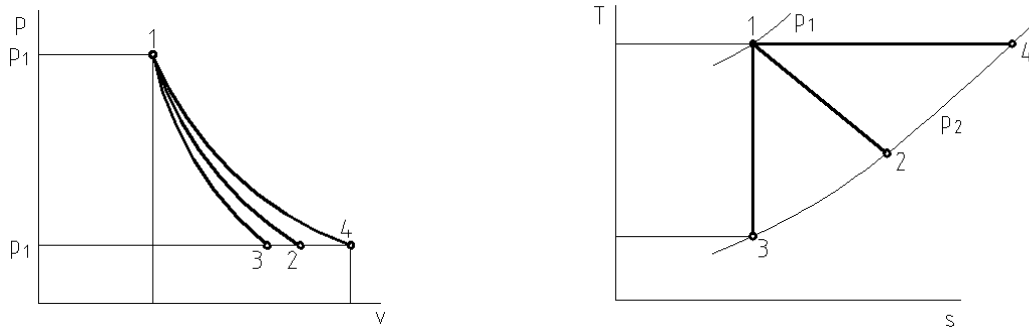
Polytropická změna je popsána rovnicí:

$$p_1 \cdot v_1^n = p_2 \cdot v_2^n \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{n-1}.$$

Exponent  $n$  se nazývá polytropický exponent a prakticky jej používáme v mezích  $1 < n < \kappa$ . V tom případě polytropa leží mezi izotermou a adiabatou a někdy s ní nahrazujeme skutečné

<sup>1</sup> K samovznícení nesmí u zážehového motoru dojít. Tím je omezeno stlačení směsi – tzv. kompresní poměr.

komprese a expanze ve strojích. Protože se jedná o změnu teoretickou (a především vratnou), je třeba při této náhradě opatrnosti, abychom se příliš neodchýlili od skutečnosti.



Obr. 19



Protože se jedná o obecnou změnu, můžeme všechno ostatní změny vyjádřit jako zvláštní případy této změny:

- izobarická změna:  $n = 0$ ,
- izochorická změna  $n \rightarrow \infty$ ,
- izotermická změna:  $n = 1$ ,
- vratná adiabatická (izoentropická) změna:  $n = \kappa$ .



**Otázky:**

1. Jaké rovnice změny stavu platí pro základní stavové změny?
2. Jaké jsou rozdíly mezi vratnou změnou a změnou skutečnou?
3. Jak se u jednotlivých změn vypočítá množství přivedeného nebo odvedeného tepla a jak se teplo znázorní graficky?
4. Proč je pro technické výpočty důležitá technická práce?

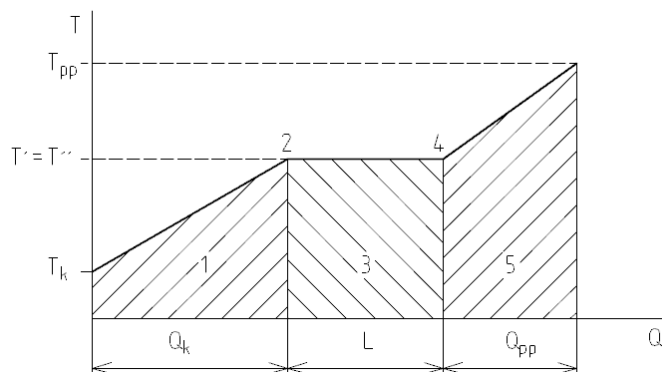
## 7. TERMODYNAMIKA PAR

Obsah této kapitoly:

- Výroba páry, výrobní teplo
- Rozdíl mezi plyny a parami, trojný a kritický bod
- Určení stavu par, parní tabulky vodní páry
- Diagramy vodní páry
- Technicky důležité změny stavu par

### Výroba páry, výrobní teplo

Výrobu páry za konstantního tlaku z kapaliny o určité počáteční teplotě  $T_k$  znázorníme v diagramu  $T - Q$ . Na osu  $x$  vyneseme množství tepla přiváděného látce, na osu  $y$  pak změnu teploty látky.



Obr. 20

**Stav 1:** Kapalina. Při přívodu tepla stoupá teplota až k teplotě varu za daného tlaku.

**Stav 2:** Sytá kapalina. Bylo dosaženo teploty varu, var probíhá v celém objemu kapaliny, teplota přestává stoupat. Stavové veličiny označujeme jednou čárkou. Suchost  $x = 0$ .

**Stav 3:** Mokrá pára. Směs syté kapaliny a syté páry („pára nad hladinou“). Poměrné množství syté páry ve směsi vyjadřujeme suchostí páry  $x$ :

$$x = \frac{m_{\text{syté páry}}}{m_{\text{látky}}}$$

Podíl syté kapaliny je  $1 - x$ . Stavové veličiny indexujeme malým  $x$ .

**Stav 4:** Sytá pára. Veškerá látka se za stálé teploty přeměnila v páru (dodalo se latentní skupenské teplo výparné, suchost je 1), při dalším ohřevu (tzv. přehřívání páry) teplota dále stoupá. Stavové veličiny označujeme dvěma čárkami.

**Stav 5:** Přehřátá pára.

---

**Výrobní teplo přehřáté páry je dáno součtem tepla kapalinného (ohřev kapaliny na teplotu varu), skupenského (změna skupenství) a přehřívacího (přehřívání páry nad teplotu sytosti).**

$$Q = Q_k + L + Q_{pp} \text{ (J)}, \text{ resp. } q = q_k + l + q_{pp} \text{ (J} \cdot \text{kg}^{-1}\text{)}.$$


---

Kapalinné teplo a měrné kapalinné teplo:

$$Q_k = m \cdot c \cdot (T' - T_k) \text{ (J)}, \quad q_k = \frac{Q_k}{m} = c \cdot (T' - T_k) \text{ (J} \cdot \text{kg}^{-1}\text{)}.$$

Skupenské teplo výparné a měrné skupenské teplo výparné:

$$L = ml \text{ (J)}, \quad l = \frac{L}{m} \text{ (J} \cdot \text{kg}^{-1}\text{)}.$$



Měrné skupenské teplo je fyzikální vlastností a jeho velikost vyhledáme v tabulkách.

Přehřívací teplo a měrné přehřívací teplo počítáme snáze z rozdílu entalpií (výroba páry probíhá za konstantního tlaku – viz izobarická změna a I. zákon termodynamiky):

$$Q_{pp} = m \cdot (i_{pp} - i'') \text{ (J)}, \quad q_{pp} = i_{pp} - i'' \text{ (J} \cdot \text{kg}^{-1}\text{)}.$$

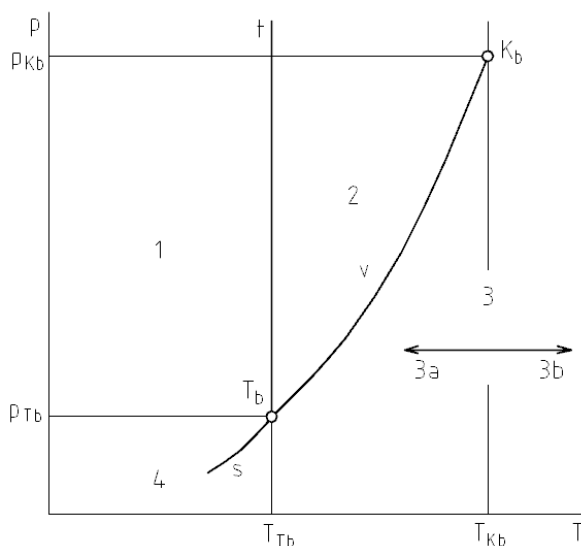
Použití vztahu  $Q_{pp} = m \cdot c_{pp} \cdot (T_{pp} - T'')$  je nemožné, pokud neznáme závislost měrné tepelné kapacity přehřáté páry na teplotě (měrná tepelná kapacita přehřáté páry není konstantní). Entalpie syté a přehřáté páry přitom snadno vyhledáme v tabulkách – viz dále.



Opačným dějem k vypařování je kondenzace – opět probíhá za konstantního tlaku, v mokré páře roste podíl kapaliny.

### Rozdíl mezi plyny a parami, trojný a kritický bod

Plyny a páry představují plynné skupenství hmoty. Parou nazýváme plynné skupenství blízko bodu zkapalnění (pod kritickou teplotou), plyny jsou vlastně vysoce přehřáté páry. Změny skupenství znázorňujeme v rovnovážném diagramu:



- 1 – tuhá fáze,
- 2 – kapalná fáze,
- 3 – plynná fáze,
- 3a – přehřátá pára,
- 3b – plyn,
- s – sublimační křivka,
- t – křivka tání,
- v – křivka napětí,
- $T_b$  – trojný bod,
- $K_b$  – kritický bod.

Obr. 21

Každá fáze může existovat jen v jistém rozsahu tlaků a teplot. Hranice mezi fázemi jsou tvořeny křivkami  $s$ ,  $t$ ,  $v$ . Dvojice změn skupenství tvoří tání – tuhnutí, vypařování – kondenzace, sublimace – desublimace. V trojném bodě mohou existovat vedle sebe v rovnováze všechny tři fáze. V kritickém bodě mizí hranice mezi kapalným a plynným skupenstvím, látka mění skupenství naráz, bez prodlevy popisované v předchozím diagramu  $T - Q$ .

## Teplota a tlak trojného a kritického bodu vody:

Trojný bod		Kritický bod	
$p_{Tb}$ (Pa)	$T_{Tb}$ (K)	$p_{Kb}$ (Pa)	$T_{Kb}$ (K)
$6,1 \cdot 10^2$	273,16	$22 \cdot 10^6$	647

### Určení stavu par, parní tabulky vodní páry

Každý ví, že voda vře při teplotě 100 °C. Málokdo však už dodá nezbytný údaj, že tomu tak je pouze při normálním atmosférickém tlaku (přibližně 0,1 MPa). Při jiném tlaku je teplota varu jiná. K určení stavu syté kapaliny a syté páry tedy postačuje jedna veličina – teplota nebo tlak. Pro určení stavu přehřáté páry potřebujeme teplotu i tlak a pro určení stavu mokré páry musíme znát teplotu nebo tlak a současně suchost.

**Sytá kapalina, sytá pára: teplota nebo tlak.**

**Přehřátá pára: teplota a tlak.**

**Mokrá pára: teplota nebo tlak a suchost.**

Technicky důležitou parou je **pára vodní**. Je nositelem energie u parních turbín. Parní tabulky vodní páry obsahují hodnoty syté vody a syté páry, uspořádané podle teplot a podle tlaků, a hodnoty entalpie přehřáté páry.



*Parní tabulky jsou součástí strojnických tabulek. Entalpie se někdy označuje  $i$ , někdy  $H$ . Hodnoty se vztahují k 1 kg vody/páry.*

### Sytá vodní pára a voda (uspořádání podle tlaků<sup>1</sup>):

Tlak $p$ (MPa)	Teplota syté páry $t''$ (°C)	Měrný objem		Entalpie		Měrné výparné teplo $l_{2,3}$ (kJ.kg <sup>-1</sup> )	Entropie	
		vody $v'$ (m <sup>3</sup> .kg <sup>-1</sup> )	syté páry $v''$ (m <sup>3</sup> .kg <sup>-1</sup> )	vody $i'$ (kJ.kg <sup>-1</sup> )	syté páry $i''$ (kJ.kg <sup>-1</sup> )		vody $s'$ (kJ.kg <sup>-1</sup> )	syté páry $s''$ (kJ.kg <sup>-1</sup> )

### Sytá vodní pára a voda (uspořádání podle teplot):

Teplota syté páry $t''$ (°C)	Tlak $p$ (MPa)	Měrný objem		Entalpie		Měrné výparné teplo $l_{2,3}$ (kJ.kg <sup>-1</sup> )	Entropie	
		vody $v'$ (m <sup>3</sup> .kg <sup>-1</sup> )	syté páry $v''$ (m <sup>3</sup> .kg <sup>-1</sup> )	vody $i'$ (kJ.kg <sup>-1</sup> )	syté páry $i''$ (kJ.kg <sup>-1</sup> )		vody $s'$ (kJ.kg <sup>-1</sup> )	syté páry $s''$ (kJ.kg <sup>-1</sup> )

### Entalpie přehřáté vodní páry $i$ (kJ.kg<sup>-1</sup>):

Tlak $p$ (MPa)	Teplota přehřáté páry $t$ (°C)							
	200	250	300	350	400	500	600	700
0,1 atd.	2 875	2 974	3 074	3 216	3 278	3 488	3 706	4 157

### Měrný objem, entalpie a entropie mokré páry:

Velikost dané veličiny vypočítáme jako součet podílu syté páry a podílu syté kapaliny.

Měrný objem:

<sup>1</sup> Hodnoty absolutního tlaku.



$$v_x = v''x + v'(1-x) = v' + x(v'' - v').$$

Měrná entalpie:

$$i_x = i''x + i'(1-x) = i' + x(i'' - i').$$

Měrná entropie:

$$s_x = s''x + s'(1-x) = s' + x(s'' - s').$$

**Příklad:**

Sytá pára má hmotnost  $m = 1,25$  kg a objem  $V = 4,25$  m<sup>3</sup>. Jaký má tlak a teplotu?

**Řešení:**

Ze zadaných hodnot vypočítáme měrný objem a v parních tabulkách podle této hodnoty vyhledáme tlak a teplotu.

$$v'' = \frac{V}{m} = \frac{4,25 \text{ m}^3}{1,25 \text{ kg}} = 3,4 \text{ (m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}\text{)}.$$

Teplota  $t = 80$  °C,  
tlak  $p = 0,047$  MPa.

**Příklad:**

Jaké množství tepla  $Q$  je potřeba k výrobě  $V = 25$  m<sup>3</sup> syté páry o tlaku  $p = 0,2$  MPa z vody o teplotě  $t = 42$  °C?

**Řešení:**

Výrobní teplo se skládá z tepla kapalinného a z tepla skupenského:

$$Q = m \cdot c \cdot (t' - t) + m \cdot l_{2,3},$$

kde

$$m = \frac{V}{v''} = \frac{25 \text{ m}^3}{0,8854 \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}} = 28,24 \text{ (kg)}.$$

$$Q = 28,24 \text{ kg} \cdot 4,186 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot (120,23 \text{ °C} - 42 \text{ °C}) + 28,24 \text{ kg} \cdot 2202 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} =$$

$$= \underline{\underline{71\,432,25 \text{ (kJ)}}}.$$

Hodnoty  $v''$ ,  $t' = t''$ ,  $l_{2,3}$  byly vyhledány v tabulkách vodní páry.

**Příklad:**

Kolik kg mokré páry o tlaku  $p = 1,4$  MPa a suchosti  $x = 0,94$  se vyrobí, jestliže se pod kotlem spálí 1 kg uhlí o výhřevnosti  $q = 23\,400$  kJ.kg<sup>-1</sup>, je-li účinnost kotle 65 %? Kotel se napájí vodou o teplotě  $t_1 = 52$  °C.

**Řešení:**

Teplo potřebné pro výrobu (teplo využití) je dáno teplem, potřebným pro ohřev vody na teplotu varu při daném tlaku, a teplem, potřebným pro přeměnu takového podílu vody na páru, jaké odpovídá suchosti  $x$ :

$$Q = m \cdot c \cdot (t' - t_1) + m \cdot x \cdot l_{2,3} = m \cdot [c \cdot (t' - t_1) + x \cdot l_{2,3}].$$

Teplo získané spálením paliva (teplo přivedené):

$$Q_p = m_p \cdot q = 1 \text{ kg} \cdot q.$$

Účinnost kotle:

$$\eta = \frac{Q}{Q_p} = \frac{m \cdot [c \cdot (t' - t_1) + x \cdot l_{2,3}]}{1 \text{ kg} \cdot q},$$

odtud hmotnost páry:

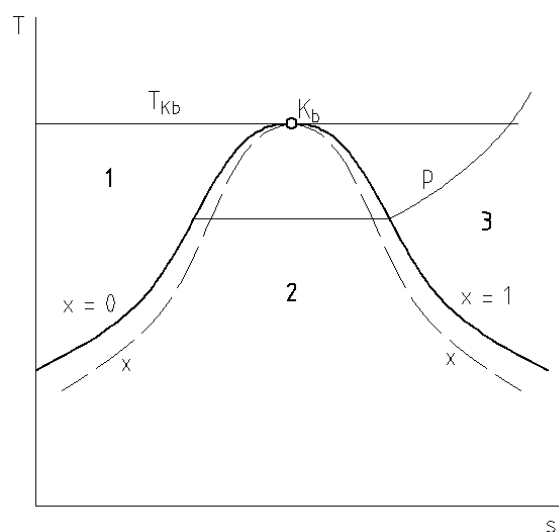
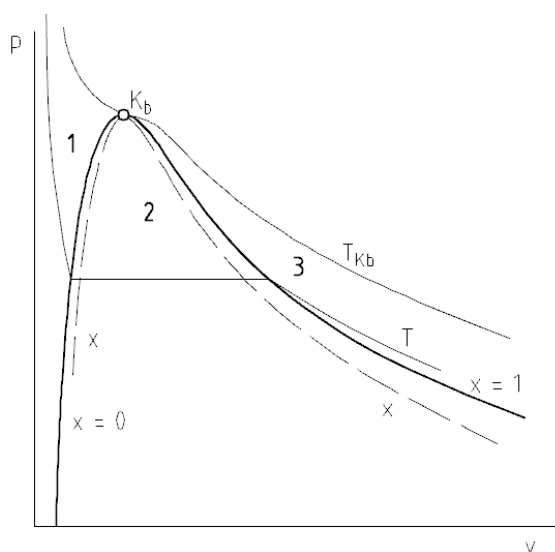
$$m = \frac{\eta \cdot q}{[c \cdot (t' - t_1) + x \cdot l_{2,3}]} =$$

$$= \frac{0,65 \cdot 23\,400 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}}{[4,186 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot (195,04 \text{ }^\circ\text{C} - 52 \text{ }^\circ\text{C}) + 0,94 \cdot 1\,960 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}]} = \underline{\underline{6,23 \text{ (kg)}}}.$$

Hodnoty  $t' = t''$ ,  $l_{2,3}$  byly vyhledány v tabulkách.

### Diagramy vodní páry

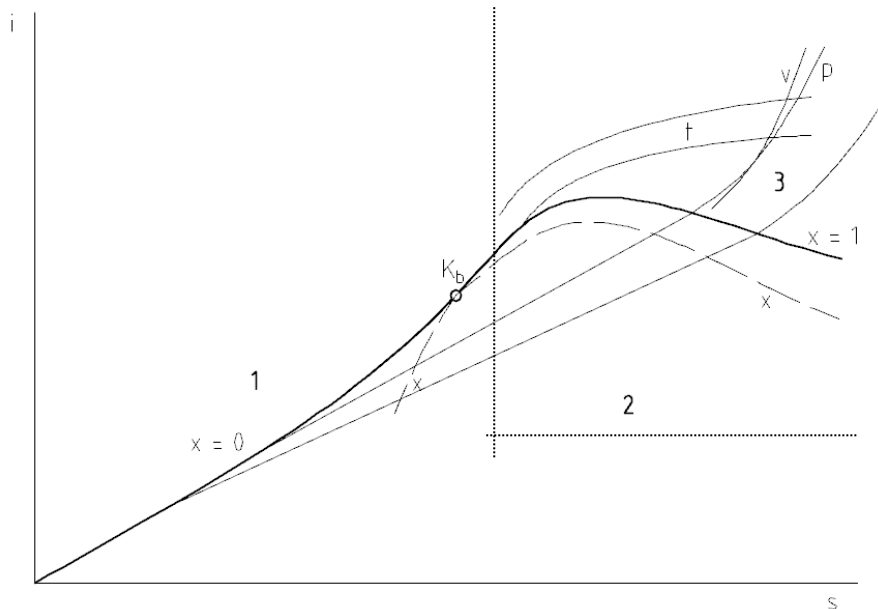
Stejně jako u plynů pracujeme i zde s tlakovým  $p - v$  diagramem (plocha odpovídá práci) a s tepelným  $T - s$  diagramem (plocha odpovídá přivedenému nebo odvedenému teplu). V oblasti návrhů parních turbín se však používá nejvíce  $i - s$  diagram, v němž je teplo vyjádřeno rozdílem entalpií, tedy úsečkou; podobně práce při adiabatické změně. To je velmi praktické a užitečné. Izotermny, izobary a křivky suchosti jsou ve schématech zastoupeny pouze pro příklad jednou křivkou.



Obr. 22

Obr. 23

Z kritického bodu vycházejí dolní mezní křivka (spojnice stavů syté kapaliny,  $x = 0$ ) a horní mezní křivka (spojnice stavů syté páry,  $x = 1$ ). Oblast 1 je oblast a kapaliny, oblast 2 je oblast mokré páry a oblast 3 je oblast přehřáté páry. Nad kritickou teplotou hovoříme o plynu. Oblast mokré páry je rozdělena křivkami suchosti.



Obr. 24

Prakticky používaná oblast  $i - s$  diagramu je vymezena tečkovanými čarami.

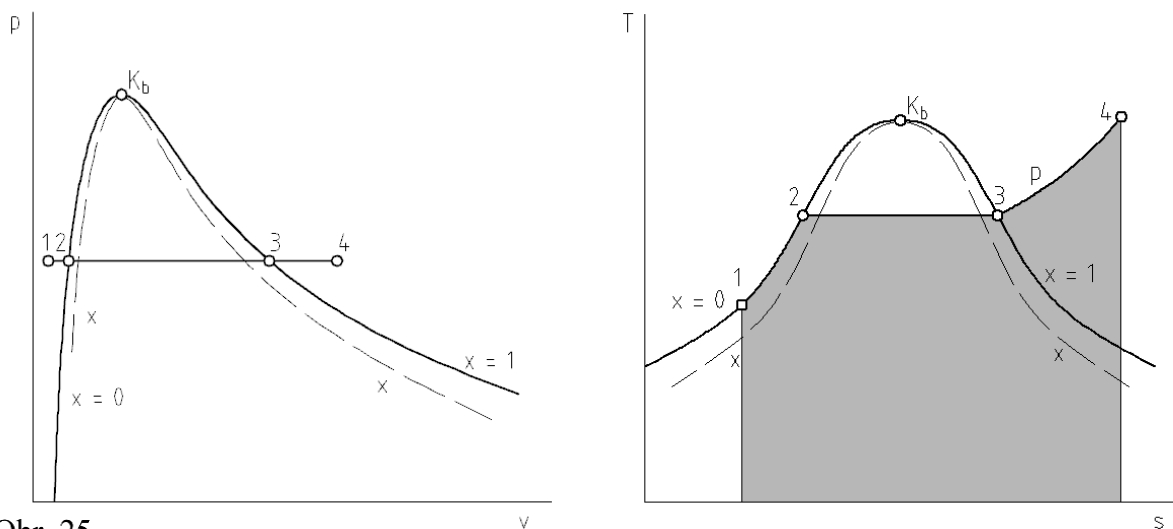


Použitelný  $i - s$  diagram je stažitelný např. ze stránek VUT Brno: <http://ottp.fme.vutbr.cz/skripta/termomechanika/Is.gif>.

### Technicky důležité změny stavu páry

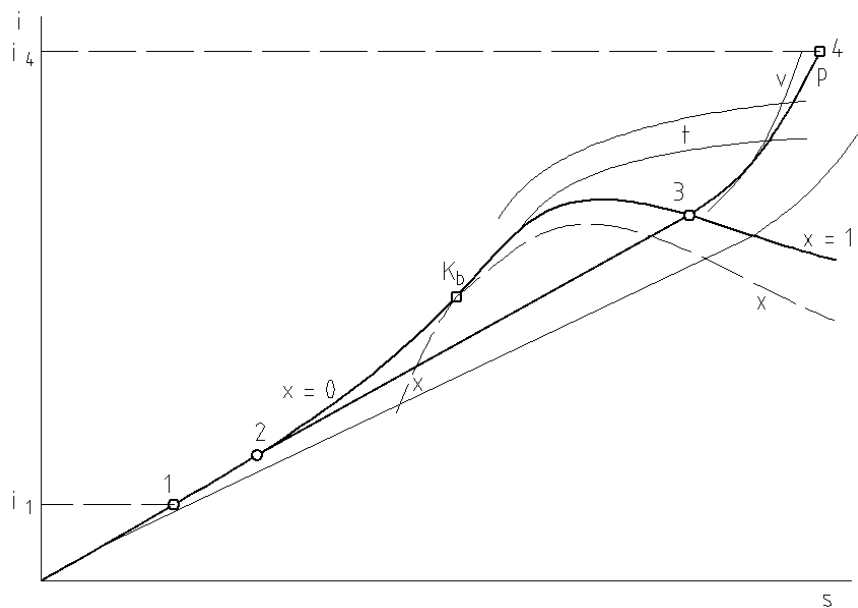
Ze stavových změn stavu vodní páry vybereme změnu **izobarickou** (výroba páry při konstantním tlaku), **adiabatickou** (práce parní turbíny) a **škrcení páry** (regulace turbíny).

**Změna izobarická – výroba páry při konstantním tlaku:**



Obr. 25

Obr. 26



Obr. 27

V oblasti kapaliny izobaru kreslíme zjednodušeně totožnou s dolní mezní křivkou, protože izobary zde leží velmi blízko.

**Výrobní teplo páry bylo uvedeno výše. V  $i - s$  diagramu je přivedené teplo rovno vzdálenosti bodů 1 a 4 na ose  $y$ . To je praktické pro výpočty. V  $T - s$  diagramu je teplo znázorněno plochou, což je názorné při zobrazování energetických bilancí.**

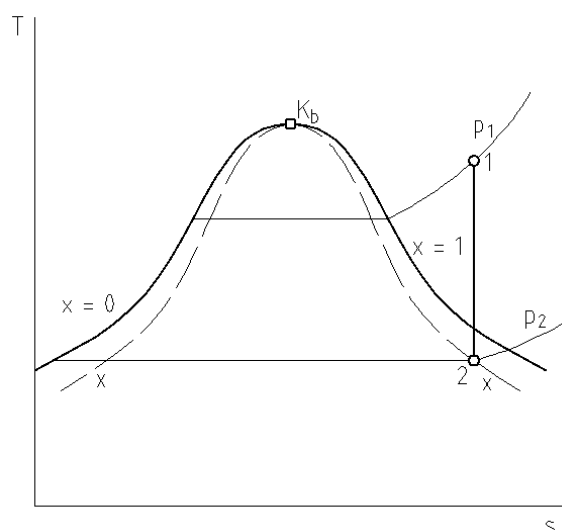
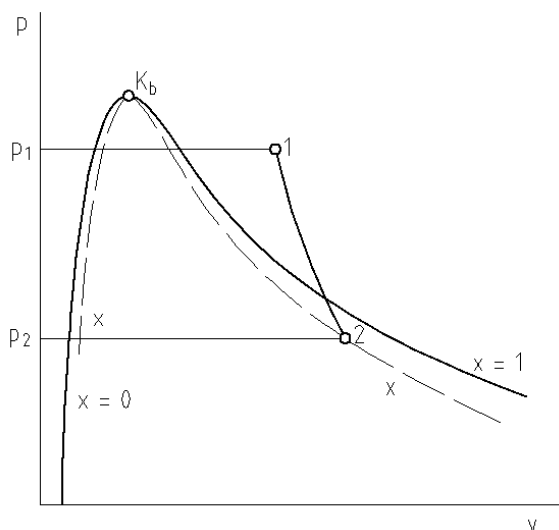
I. zákon termodynamiky pro izobarickou změnu (technická práce  $a_t = 0$ ):

$$q = a_t + i_2 - i_1 = i_2 - i_1.$$

Opačným dějem je ochlazování páry, kondenzace a pochlazování kondenzátu.

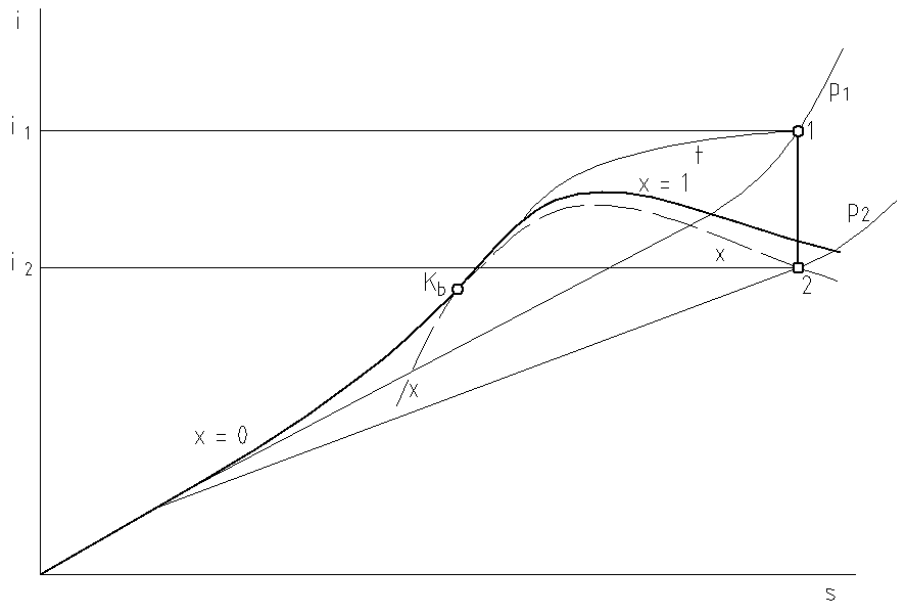
**Změna adiabatická – expanze v parní turbíně:**

a) vratná změna – izoentropická:



Obr. 28

Obr. 29



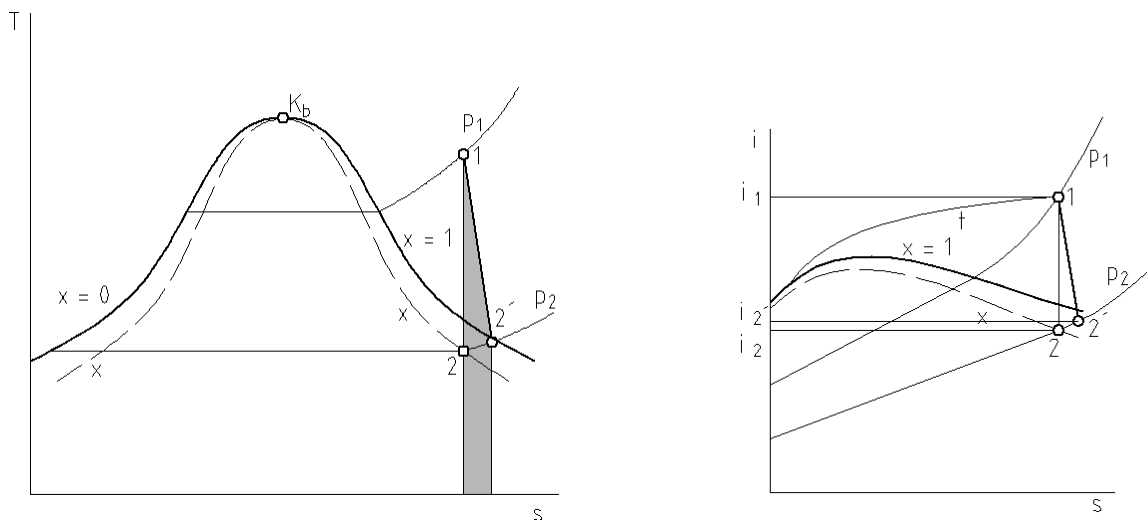
Obr. 30

V  $i - s$  diagramu je technická práce turbíny vyjádřena rozdílem entalpií (spádem):

$$q = a_t + i_2 - i_1 = 0; a_t = i_1 - i_2.$$

b) Nevratná adiabatická změna:

Třením a vířením vzniká při adiabatické změně nevratné teplo, které zůstává v systému a není možno je využít pro konání práce. U vícestupňové turbíny postupuje ze stupně do stupně a podílí se na tzv. reheat faktoru – jakémsi „přihřátí ztrátami“, tzn. že součet izoentropických spádů jednotlivých stupňů je větší než izoentropický spád turbíny. Z posledního stupně však odchází ven.



Obr. 31

Obr. 32

V  $T - s$  diagramu je nevratné teplo znázorněno plochou pod nevratnou změnou 1 – 2' (nevratná adiabatická změna není změnou izoentropickou), v  $i - s$  diagramu můžeme poměrem spádů vyjádřit **termodynamickou účinnost** turbíny:

$$\eta_{td} = \frac{H'}{H_{iz}} = \frac{i_1 - i_2'}{i_1 - i_2}$$

Podle termodynamické účinnosti posuzujeme, jak se skutečná turbína blíží ideálnímu stroji<sup>1</sup>.

### Výkon turbíny:

$$P = Q_m \cdot a_t \cdot \eta_{td}$$

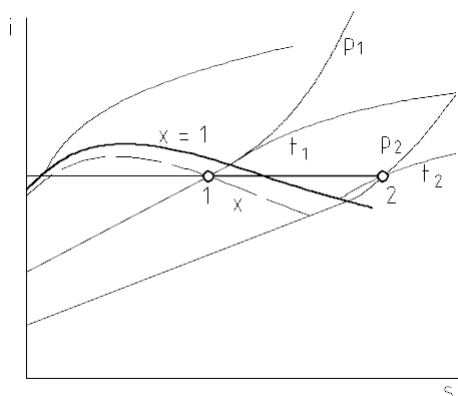


*Srovnajte tuto rovnici s rovnicí pro výkon vodní turbíny v hydromechanice ( $P = Q_m \cdot Y \cdot \eta$ ), zde je místo měrné energie vody měrná technická práce páry. Rovnice jsou analogické.*

### Škrčení páry:

Škrčení páry je děj, při němž pára protéká z prostoru o vyšším tlaku do prostoru o nižším tlaku (v potrubí je překážka – ventil). Jedná se o ztrátový děj, nicméně jednoduše realizovatelný, proto se využívá v oblasti regulace parních turbín. Při adiabatickém škrčení uvažujeme entalpii po škrčení rovnou entalpii před škrčením ( $i_1 = i_2$ ).

Konečný stav páry po seškrčení na daný tlak nalezneme v  $i - s$  diagramu:



Obr. 33



*Při škrčení se snižuje teplota páry, mokrá pára se škrčením vysušuje a sytá pára se stává přehřátou.*

### Příklad:

Mokré páře o tlaku  $p = 3 \text{ MPa}$ , suchosti  $x = 0,3$  a objemu  $V = 25 \text{ m}^3$  se přivede za stálého tlaku  $Q = 280 \text{ MJ}$  tepla. Jaký bude konečný stav?

### Řešení:

V diagramu  $i - s$  vyznačíme počáteční stav a odečteme hodnotu entalpie:

$$i_1 = 2481 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$$

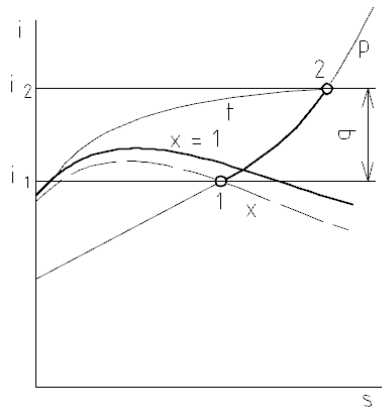
Teplu přivedené za stálého tlaku zvýší entalpii; musíme vypočítat množství tepla připadajícího na 1 kg páry:

<sup>1</sup> Nezaměňme termodynamickou účinnost s účinností termickou – tepelnou, které je účinností celého tepelného oběhu – tedy mírou využití přivedeného tepla.

$$q = \frac{Q}{m}, \quad m = \frac{V}{v_x}$$

Měrný objem mokré páry odečteme z diagramu, nebo vypočítáme podle vztahu

$$v_x = v' + x(v'' - v')$$



$$v_x = 0,055 \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}.$$

Hmotnost páry:

$$m = \frac{V}{v_x} = \frac{25 \text{ m}^3}{0,055 \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}} = 454,5 \text{ (kg)}.$$

Teplo na 1 kg páry:

$$q = \frac{Q}{m} = \frac{280 \cdot 10^3 \text{ kJ}}{454,5 \text{ kg}} = 616 \text{ (kJ} \cdot \text{kg}^{-1}\text{)}.$$

Obr. 34

Konečná entalpie:

$$i_2 = i_1 + q = 2\,481 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} + 616 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} = \underline{3\,097 \text{ (kJ} \cdot \text{kg}^{-1}\text{)}}.$$

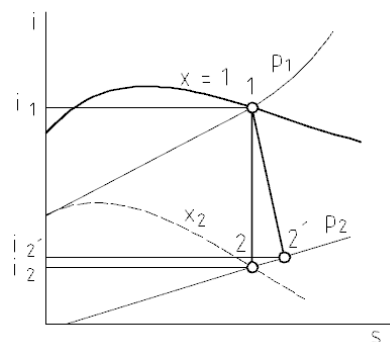
Konečným stavem je přehřátá pára o teplotě přibližně 348 °C.

### **Příklad:**

Určete konečné parametry páry u parní turbíny na sytou páru s termodynamickou účinností 0,93. Teoretický výkon  $P_t = 5 \text{ MW}$ , hmotnostní tok  $Q_m = 28,4 \text{ t} \cdot \text{h}^{-1}$  páry, tlak admisní (vstupní) páry  $p = 1,2 \text{ MPa}$ .

### **Řešení:**

Výstupní pára je mokrá, hledáme tlak a suchost. Nejprve vypočítáme skutečný výkon a skutečný spád (měrnou práci). Poté vypočítáme teoretický spád, vyneseme jej do diagramu a z diagramu odečteme výstupní parametry.



Skutečný výkon:

$$P_{skut} = P_t \cdot \eta_{td} = 5 \text{ MW} \cdot 0,93 = 4,65 \text{ (MW)}.$$

Skutečný spád:

$$H_{skut} = \frac{P_{skut}}{Q_m} = \frac{4,65 \cdot 10^3 \text{ kW}}{7,889 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}} = 589,4 \text{ (kJ} \cdot \text{kg}^{-1}\text{)}.$$

Obr. 35

Výstupní entalpie:

$$i_{2skut} = i'' - H_{skut} = 2\,785 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} - 589,4 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} = 2\,195,6 \text{ (kJ} \cdot \text{kg}^{-1}\text{)}.$$

Teoretický spád:

$$H_t = H_{skut} \cdot \frac{1}{\eta_{td}} = 589,4 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \frac{1}{0,93} = 633,8 \text{ (kJ} \cdot \text{kg}^{-1}\text{)}.$$

Teoretická výstupní entalpie:  $i_{2teor} = 2\,151,2 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ .

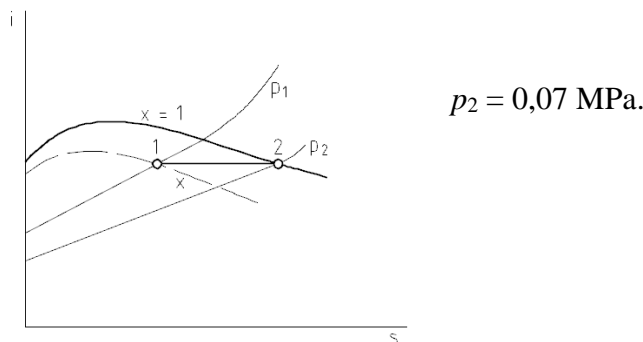
Výstupní parametry:  $p = 0,02 \text{ MPa}$ ,  $x_2 = 0,82$ .

**Příklad:**

Na jaký tlak je nutno seškrtnit páru o tlaku  $p_1 = 7 \text{ MPa}$  a suchosti  $x = 0,92$ , aby se stala právě sytou?

**Řešení:**

Do diagramu vyneseme počáteční stav, sestrojíme vodorovnou úsečku ( $i_1 = i_2$ ) k horní mezní křivce a odečteme tlak.



Obr. 36



**Otázky:**

1. Kterými stavovými veličinami jsou určeny stavy syté, mokré a přehřáté páry?
2. Vyjádřete suchost páry a podíl syté vody v páře.
3. Nakreslete v  $i - s$  diagramu adiabatickou expanzi přehřáté a syté páry a rozhodněte, jaké mohou být konečné stavy.
4. Nakreslete v  $i - s$  diagramu škrcení syté, mokré a přehřáté páry a rozhodněte, jaké mohou být konečné stavy.



## 8. TEPELNÉ OBĚHY (CYKLY)

Obsah této kapitoly:

- Využití tepla ke konání práce, pojem tepelného oběhu
- Tepelná účinnost
- Carnotův oběh
- Tepelné oběhy důležitých motorů
- Tepelný oběh kompresoru, kompresorové chlazení, tepelné čerpadlo

### Využití tepla ke konání práce, pojem tepelného oběhu



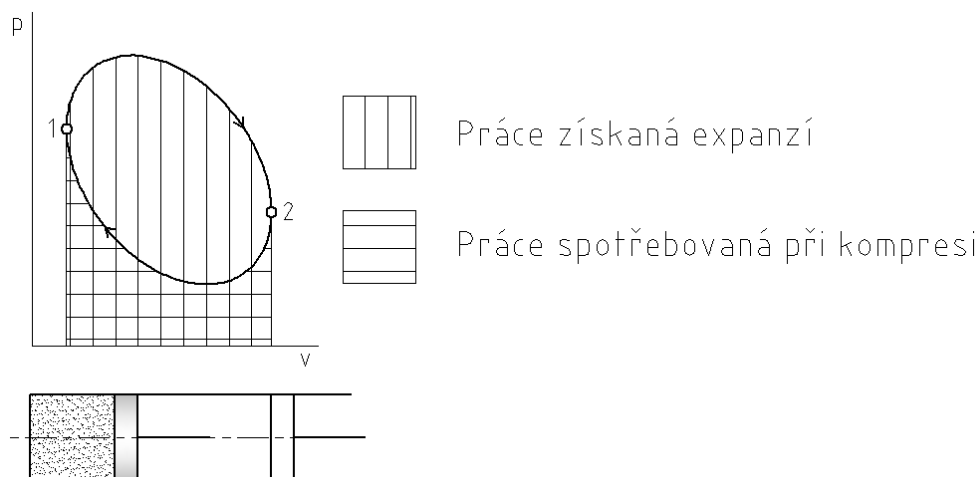
V tepelných strojích se tepelná energie mění v mechanickou („teplo v práci“) prostřednictvím pracovní látky, která je nositelkou tepelné energie. Prostředkem využití tepla ke konání práce je tepelný oběh (cyklus).

---

**Při tepelném oběhu pracovní látka prochází sérií změn stavu tak, že vrací do původního stavu, přičemž druhá část procesu probíhá jinou cestou, než první (kruhový děj). Cyklus se může periodicky opakovat buď jako uzavřený (pracovní látka se nevyměňuje), nebo jako otevřený (pracovní látka se nahrazuje novou látkou se stejným počátečním stavem).**

---

Obr. 37



Obr. 38

Rozdíl svisle šrafované plochy a plochy šrafované vodorovně vyjadřuje práci získanou tepelným oběhem. Na obrázku je vyznačen oběh hnacího stroje – motoru, oběh stroje pracovního (např. kompresoru) probíhá obráceně; stroj je hnaný, tedy práce spotřebovaná na kompresi je větší.

---

**Tepelný oběh produkující práci (motor) se nazývá přímý cyklus, oběh pracovního stroje, který práci spotřebovává, nazýváme cyklus obrácený.**

---

## 🔊 Tepelná účinnost

Teplo využitelné pro konání práce vyjádříme z prvního zákona termodynamiky:

$$q = u_2 - u_1 + a,$$

kde položíme

$$u_1 = u_2,$$

protože se látka vrací do původního stavu.

Pak je využitelné teplo rovno práci cyklu<sup>1</sup>:

$$q = a.$$

---

**Využitelné teplo je dáno rozdílem tepla přivedeného a odvedeného ( $q_p - q_o$ ) a tepelná (termická) účinnost cyklu je dána vztahem:**

$$\eta_t = \frac{a}{q_p} = \frac{q_p - q_o}{q_p}.$$

---

**Tepelná účinnost je mírou využití přivedeného tepla. Obecně není u tepelných motorů založených na tepelném oběhu nijak vysoká.**

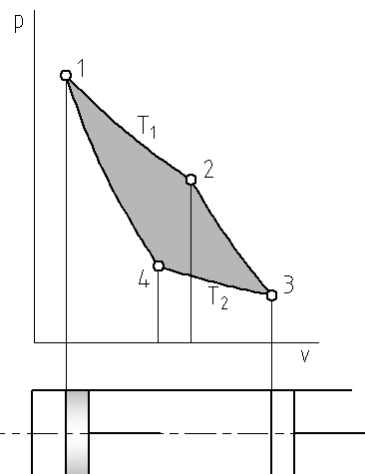
---



*Pracovní cykly skutečných strojů nahrazujeme sledem vratných změn, čímž dostaneme idealizované porovnávací oběhy, jimž se snažíme přiblížit.*

## 🔊 Carnotův oběh

Carnot dospěl k závěru, že pro využití tepla ke konání práce je potřebný rozdíl teplot a teplo je třeba přivádět při vyšší teplotě, než při jaké bude odváděno (viz kapitola Druhý zákon termodynamiky). Při úvahách, za jakých podmínek lze získat teoreticky nejvíce práce z přivedeného tepla, dospěl k cyklu složenému ze dvou vratných expanzí, adiabatické a izotermické, a dvou vratných kompresí, také adiabatické a izotermické.



---

**Podmínky vratnosti Carnotova cyklu nelze prakticky splnit, Carnotův cyklus je kritériem pro porovnání skutečných cyklů<sup>2</sup>.**

---

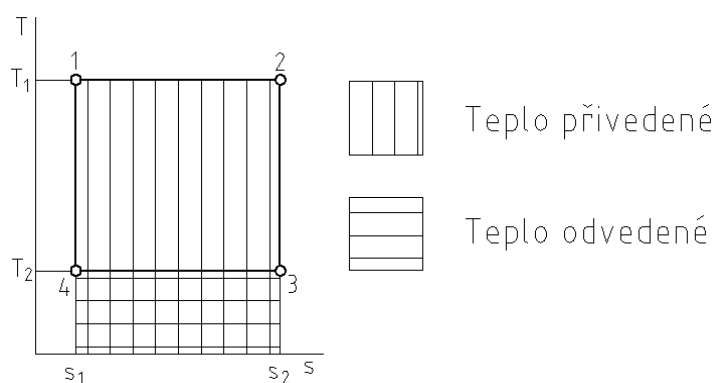
- 1 – 2: izotermická expanze, přívod tepla;
- 2 – 3: adiabatická expanze;
- 3 – 4: izotermická komprese;
- 4 – 1: adiabatická komprese.

Obr. 39

<sup>1</sup> U práce cyklu není třeba rozlišovat práci absolutní a technickou jako u jednotlivé změny; práce cyklu je dána algebraickým součtem buď absolutních, nebo technických prací.

<sup>2</sup> Carnotovu cyklu se snažil přiblížit Rudolf Diesel (1858-1913), který nakonec zkonstruoval vznětový motor s vyšší tepelnou účinností, než měly motory zážehové.

Tepelnou účinnost oběhu vyjádříme pomocí dříve uvedeného vztahu a T – s diagramu:



Obr. 40

$$\eta_t = \frac{q_p - q_o}{q_p} = \frac{T_1(s_2 - s_1) - T_2(s_2 - s_1)}{T_1(s_2 - s_1)} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

Rozdíl přivedeného a odvedeného tepla odpovídá teoretické práci cyklu:

$$q_p - q_o = a.$$

---

**Tepelná účinnost Carnotova cyklu závisí pouze na absolutních teplotách, při nichž je teplo přiváděno a odváděno. Je to nejvyšší dosažitelná tepelná účinnost cyklu.**

---

**Příklad:**

Určete další tlaky a tepelnou účinnost Carnotova oběhu se vzduchem:  $t_1 = 857 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $p_1 = 4,2 \text{ MPa}$ ,  $p_2 = 3 \text{ MPa}$ ,  $t_3 = 17 \text{ }^\circ\text{C}$ .

**Řešení:**

Izoterma 1 – 2:

$$T_1 = T_2 = 857 \text{ }^\circ\text{C} + 273,15 = 1\,130,15 \text{ (K)}.$$

Adiabata 2 – 3 (odvození viz adiabatická změna):

$$\frac{T_3}{T_2} = \left(\frac{p_3}{p_2}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}; \quad p_3 = p_2 \left(\frac{T_3}{T_2}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} = 3 \text{ MPa} \cdot \left(\frac{290,15 \text{ K}}{1\,130,15 \text{ K}}\right)^{\frac{1,4}{1,4-1}} = 0,0257 \text{ (MPa)}.$$

Izoterma 3 – 4:

$$T_3 = T_4 = 290,15 \text{ K}.$$

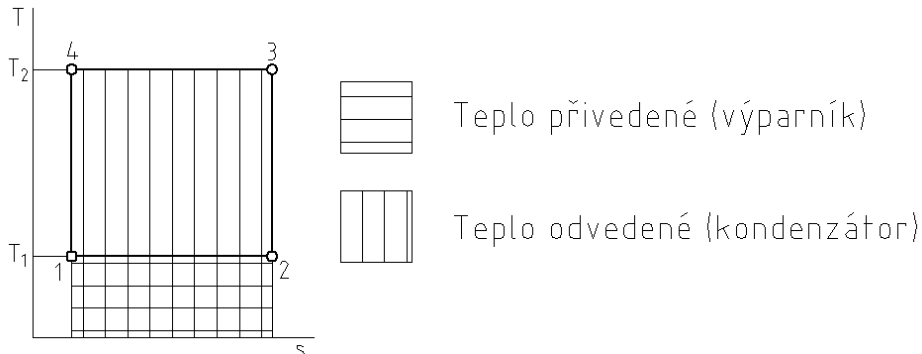
Adiabata 4 – 1:

$$\frac{T_4}{T_1} = \left(\frac{p_4}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}; \quad p_4 = p_1 \left(\frac{T_4}{T_1}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} = 4,2 \text{ MPa} \cdot \left(\frac{290,15 \text{ K}}{1\,130,15 \text{ K}}\right)^{\frac{1,4}{1,4-1}} = 0,036 \text{ MPa}.$$

Tepelná účinnost cyklu:

$$\eta_t = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = \frac{1\,130,15\text{ K} - 290,15\text{ K}}{1\,130,15\text{ K}} = \underline{0,743} \text{ (74,3 \%)}.$$

**Obraćený Carnotův oběh** je teoretickým oběhem chladicího zařízení nebo tepelného čerpadla.



Obr. 41

---

**U obraćeného oběhu rozdíl ploch odvedeného a přivedeného tepla odpovídá práci, kterou je nutno do oběhu dodat (v kompresoru).**

---

Chladicí faktor (chladicí zařízení):

$$\varepsilon_{ch} = \frac{q_p}{q_o - q_p} = \frac{T_1}{T_2 - T_1}.$$

Topný faktor (tepelné čerpadlo):

$$\varepsilon_T = \frac{q_o}{q_o - q_p} = \frac{T_2}{T_2 - T_1}.$$

### Tepelné oběhy důležitých motorů

Náhradou skutečných stavových změn změnami vratnými obdržíme tzv. porovnávací oběh<sup>1</sup> určitého stroje. Tento porovnávací oběh poskytuje podmínky pro dosažení co nejvyšší účinnosti. Tepelnou účinnost vyjádříme pomocí poměrů stavových veličin. Přiblížení skutečného cyklu porovnávacímu se vyjadřuje tzv. stupněm plnosti diagramu (druh účinnosti). Skutečné změny nejsou ostře oddělené, jedna v druhou přechází plynule.

---

**Pro porovnávací oběhy platí tyto předpoklady:**

- a) Pracovní látka se nevyměňuje, oběh je uzavřený.
  - b) Pracovní látka je ideální plyn.
  - c) Stroj pracuje bez tření a tepelných ztrát.
- 

## 1. Pístové spalovací motory

### a) Ottův<sup>2</sup> cyklus

Tento porovnávací oběh platí pro zážehové motory (na plyn a lehká kapalná paliva), a to jak čtyřdobé, tak dvoudobé. Kompresní poměr je dán vztahem:

---

<sup>1</sup> Grafický záznam skutečných změn v pracovním prostoru nazýváme **indikátorový diagram**.

<sup>2</sup> Nicolaus August Otto (1832-1891), něm. obchodník, zájem o techniku jej přivedl ke zdokonalení spalovacího motoru (čtyřdobý zážehový motor s kompresí). Podnikal s inženýrem Eugenem Langenem (1833-1895).

$$\varepsilon = \frac{V_{1,4}}{V_{2,3}} = (9 \div 12).$$

Zdvihový objem  $V_z = V_{1,4} - V_{2,3}$ .  
 Přívod i odvod tepla je izochorický.



### Činnost skutečného čtyřdobého zážehového motoru:

1. Sání směsi paliva a vzduchu – píst se pohybuje z horní úvratě (HÚ) do dolní (DÚ).
2. Komprese – pohyb pístu z DÚ do HÚ, před koncem komprese zážeh směsi následovaný rychlým vzestupem tlaku.
3. Expanze spalin – pohyb pístu z HÚ do DÚ, **pracovní zdvih**.
4. Výfuk – pohyb pístu z DÚ do HÚ.

Obr. 42

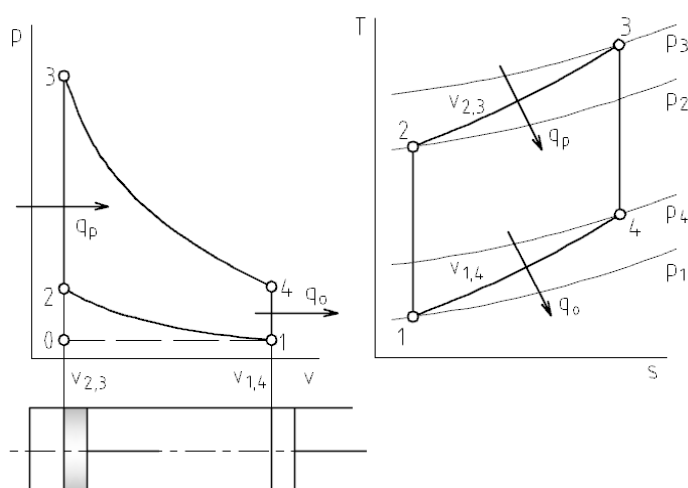


*Dobou nazýváme jeden zdvih pístu.*

Vstup směsi a odchod spalin 4dobého motoru je řízen sacím a výfukovým ventilem.

**Dvoudobý motor** sdružuje sání (do klikové skříně) a kompresi do jedné doby a expanzi, přepuštění směsi do pracovního prostoru a výfuk (tzv. vypláchnutí) do druhé doby. Vstup směsi, přepuštění a odchod spalin je řízen kanály ve stěně válce, otevíranými pístem.

### Porovnávací oběh:



Obr. 43

1 – 2: adiabatická komprese:

$$p_1 v_1^{\kappa} = p_2 v_2^{\kappa}.$$

2 – 3: izochorický přívod tepla:

$$\frac{p_3}{p_2} = \frac{T_3}{T_2}; \quad q_{2,3} = c_v(T_3 - T_2).$$

3 – 4: adiabatická expanze:

$$p_3 v_3^{\kappa} = p_2 v_2^{\kappa}.$$

4 – 1: izochorický odvod tepla:

$$\frac{p_4}{p_1} = \frac{T_4}{T_1}; \quad q_{2,3} = c_v(T_4 - T_1).$$

Změna 0 – 1 naznačuje sání a výfuk. Skutečné sání probíhá při mírném podtlaku, výfuk musí probíhat při přetlaku.

Výpočet tepelné účinnosti:

$$\eta_t = \frac{q_p - q_o}{q_p} = \frac{c_v(T_3 - T_2) - c_v(T_4 - T_1)}{c_v(T_3 - T_2)} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2}.$$

Z rovnice adiabaty a ze stavové rovnice vypočítáme poměr teplot v závislosti na kompresním poměru:

$$p_1 V_1^\kappa = p_2 V_2^\kappa; \frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2},$$

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1 V_2}{T_2 V_1} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^\kappa; \frac{V_2^\kappa}{V_1^\kappa} = V_2^{\kappa-1}, \text{ podobně } \frac{V_1^\kappa}{V_2^\kappa} = V_1^{\kappa-1},$$

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\kappa-1} = \frac{1}{\varepsilon^{\kappa-1}}.$$

Poměr objemů v bodech 1, 2 je stejný jako poměr objemů v bodech 4, 3, takže:

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{T_4}{T_3} = \frac{1}{\varepsilon^{\kappa-1}},$$

takže

$$\frac{T_4}{T_1} = \frac{T_3}{T_2},$$

upravíme a převedeme na společného jmenovatele

$$\frac{T_4}{T_1} - 1 = \frac{T_3}{T_2} - 1,$$

$$\frac{T_4 - T_1}{T_1} = \frac{T_3 - T_2}{T_2},$$

z čehož plyne

$$\frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{1}{\varepsilon^{\kappa-1}}$$

a tepelná účinnost je závislá na kompresním poměru:

$$\eta_t = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{\kappa-1}}.$$

Tepelná účinnost roste se zvyšujícím se kompresním poměrem, ten je ovšem omezen odolností paliva vůči detonačnímu hoření (klepání motoru).

### Výpočet výkonu ideálního motoru:

1. Určení měrné vnitřní práce oběhu:

$$a = q_p - q_o.$$

2. Hmotnost směsi připadající na 1 oběh (ze stavové rovnice ideálního plynu):

$$m = \frac{p_1 V_1}{r T_1}; V_1 = V_z + V_2.$$

3. Doba 1 oběhu ( $n$  – otáčky motoru):

$$\tau = \frac{1}{n} \cdot 2 \text{ pro čtyřdobý motor, } \frac{1}{n} \text{ pro dvoudobý}^1.$$

4. Výkon ideálního motoru:

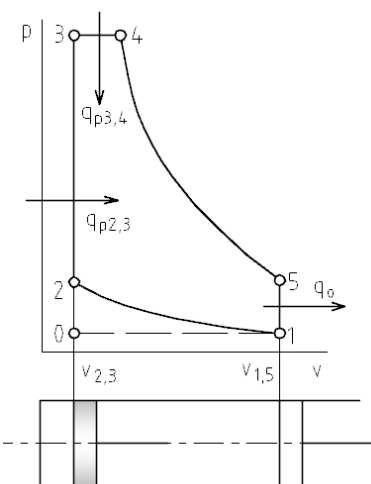
$$P = Q_m \cdot a = \frac{m}{\tau} \cdot a.$$

### b) Sabathéův (smíšený) cyklus

Tento porovnávací oběh platí pro nepřepřehované vznětové motory, od předchozího se liší tím, že přívod tepla je izochoricko-izobarický<sup>2</sup>.

Vznětový motor se liší od zážehového tím, že do válce je nasáván čistý vzduch, při kompresním zdvihu je stlačen, čímž stoupne i jeho teplota, a do stlačeného vzduchu se vysokotlakým čerpadlem vstříkne palivo – nafta. Ta se vznítí, následuje pracovní expanzní zdvih a výfuk.

Kompresní poměr má hodnotu  $16 \div 21$ , tepelná účinnost může být až 45 %.



Obr. 44

4 – 5: adiabatická expanze:

$$p_4 v_4^k = p_5 v_5^k.$$

1 – 2: adiabatická komprese:

$$p_1 v_1^k = p_2 v_2^k.$$

2 – 3: izochorický přívod tepla:

$$\frac{p_3}{p_2} = \frac{T_3}{T_2}; q_{2,3} = c_v(T_3 - T_2).$$

3 – 4: izobarický přívod tepla:

$$\frac{v_4}{v_3} = \frac{T_4}{T_3}; c_p = (T_4 - T_3).$$

<sup>1</sup> Pracovní oběh 4dobého motoru proběhne ve 2 otáčkách, oběh 2dobého motoru v jedné.

<sup>2</sup> Původní Diesellův cyklus, nazvaný podle vynálezce vznětového motoru, má přívod tepla izobarický.

5 – 1: izochorický odvod tepla:

$$\frac{p_5}{p_1} = \frac{T_5}{T_1}; \quad q_{2,3} = c_v(T_5 - T_1).$$

Tepelná účinnost Sabathéova cyklu:

$$\eta_t = \frac{q_{p2,3} + q_{p3,4} - q_o}{q_{p2,3} + q_{p3,4}} = \frac{c_v(T_3 - T_2) + c_p(T_4 - T_3) - c_v(T_5 - T_1)}{c_v(T_3 - T_2) + c_p(T_4 - T_3)},$$

$$\eta_t = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{\kappa-1}} \cdot \frac{\psi \varphi^{\kappa} - 1}{\kappa \varphi \psi - \psi(\kappa - 1) - 1}^1.$$

V tomto vztahu je stupeň izochorického zvýšení tlaku a stupeň izobarického zvýšení objemu:

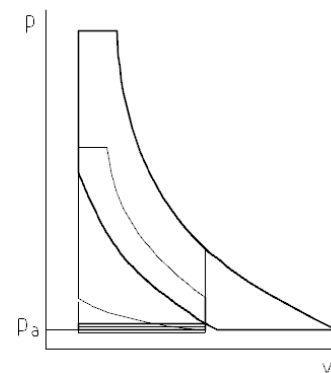
$$\psi = \frac{p_3}{p_2}; \quad \varphi = \frac{v_4}{v_3}.$$

### Přepřňovaný motor:

Většina moderních vznětových motorů nenasává atmosférický vzduch, ale válce jsou nuceně



plněny turbodmychadlem, poháněným turbínou na výfukové plyny. Tím se do válce dostane větší hmotnost vzduchu, zvýší se měrný výkon (výkon na jednotku objemu) a využije se energie odcházejících spalín. Zvýší se tak tepelná účinnost.



Obr. 45

Obr. 46

Obrázek znázorňuje porovnání diagramů motoru se sáním atmosférického vzduchu a motoru přepřňovaného turbodmychadlem.

## 2. Spalovací turbína – letecký proudový motor



Spalovací turbína je komplexem několika zařízení:

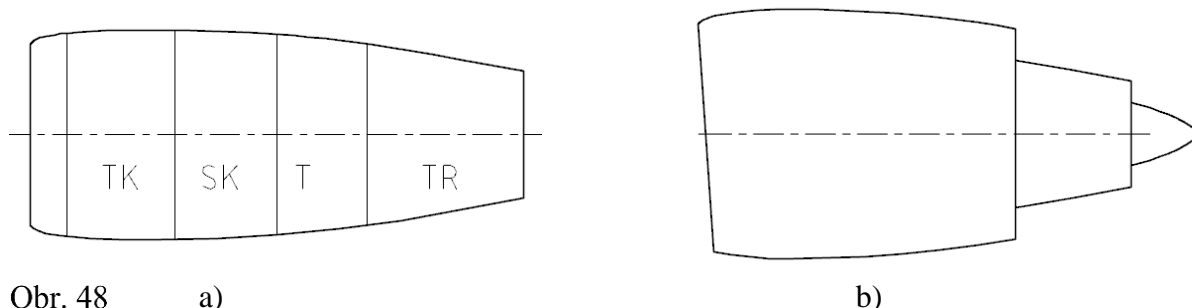
1. Turbokompresor – nasává a stlačuje vzduch.
2. Spalovací komora – stlačený vzduch se mísí s palivem, směs kontinuálně hoří za stálého tlaku.
3. Turbína – spaliny expandují v rozváděcí lopatkové mříži i v oběžném kole a konají práci (turbína pohání turbokompresor).
4. Výstupní tryska – expanze pokračuje v trysce, urychlením proudu vzniká reaktivní síla pohánějící letadlo.

Obr. 47

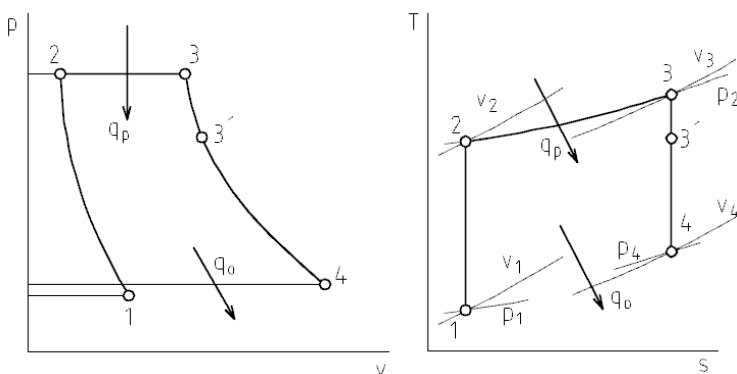
<sup>1</sup> Tepelnou účinnost Ottova cyklu bychom dostali dosazením  $\varphi = 1$  do obecnějšího cyklu Sabathéova. Méně obecný postup odvození byl zvolen z důvodu jednoduchosti.



Moderní letecké motory jsou dvou Proudové (turboventilátorové – obr b), mají větší tahovou účinnost než čistě proudové motory – obr. a (jedním proudem jsou spaliny z trysky, druhým proudem je proud vzduchu z velkého turboventilátorového kola, obtékající motor). Pokud má turbína stupně pohánějící vrtuli, jedná se o turbovrtulový motor, pokud je poháněn rotor vrtulníku, pak o motor turbobídelový.



Tepelný oběh spalovací turbíny:



1 – 2: adiabatické stlačení ve vstupním ústrojí a v turbokompresoru:

$$p_1 v_1^{\kappa} = p_2 v_2^{\kappa}.$$

2 – 3: izobarický přívod tepla (rovnotlaké spalování):

$$\frac{v_3}{v_2} = \frac{T_3}{T_2}; c_p = (T_3 - T_2).$$

Obr. 49

3 – 4: adiabatická expanze v turbíně (3 – 3') a v trysce:

$$p_3 v_3^{\kappa} = p_4 v_4^{\kappa}.$$

4 – 1: (přibližně) izobarický odvod tepla:

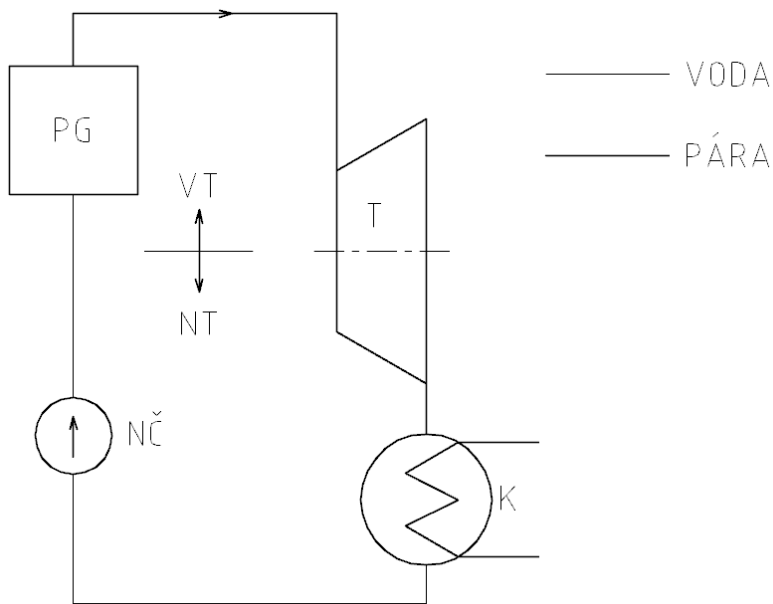
$$\frac{v_1}{v_4} = \frac{T_1}{T_4}; c_p = (T_4 - T_1).$$

Tepelná účinnost:

$$\eta_t = \frac{q_p - q_o}{q_p} = \frac{c_p(T_3 - T_2) - c_p(T_4 - T_1)}{c_p(T_3 - T_2)}.$$

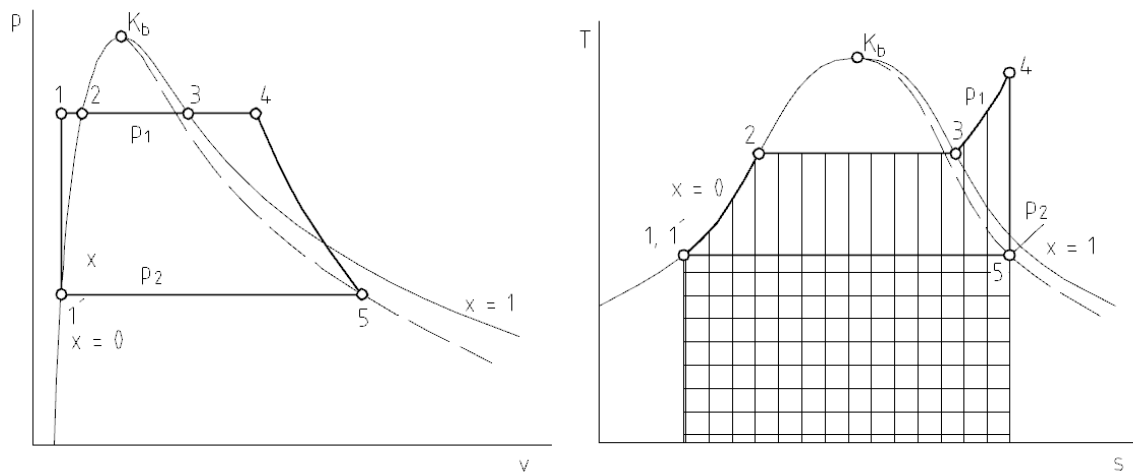
### 3. Kondenzační parní turbína (oběh Clausius – Rankinův)

V parním generátoru (parního kotle nebo jaderného reaktoru) se ohřívá voda za konstantního tlaku až do stavu syté páry (jaderná elektrárna), nebo do stavu přehřáté páry (klasická uhelná elektrárna). Pára je vedena do parní turbíny, kde expanduje a koná práci (většinou v několika stupních, u velkých turbín v několika tělesech). Z turbíny odchází zpravidla již mokrá pára do kondenzátoru, kde se při hlubokém podtlaku ochladí a zkapalní. Napáječkou (napájecím čerpadlem) je pak znovu dopravena do parogenerátoru.



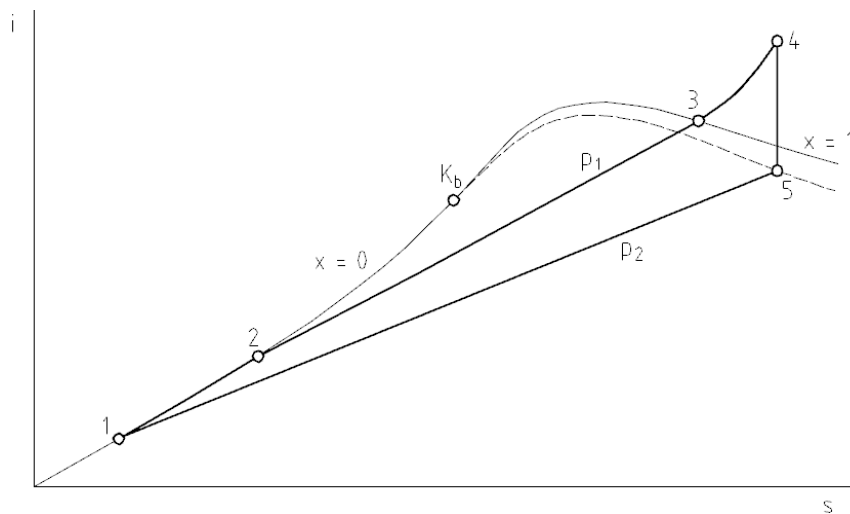
Obr. 50

Tepelný oběh:



Obr. 51

Obr. 52



1 – 4: parogenerátor,  
přívod tepla,

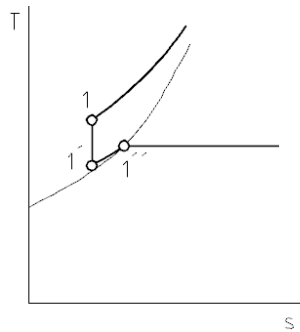
4 – 5: parní turbína  
(adiabatická expanze),

5 – 1': kondenzátor,  
odvod tepla,

1' - 1: napáječka.

Obr. 53

Teplo je přiváděno v parogenerátoru (1 – 4) a odváděno v kondezátoru (5 – 1'). V tepelných diagramech ( $T - s$ ,  $i - s$ ) body 1 – 1' téměř splývají, izobary jsou velmi blízko (malá stlačitelnost vody).



Změna v bodě 1 (zvětšeno): ve skutečnosti je děj složitější, kondenzát se podchladí (změna 1'' - 1') a následně dojde ke zvýšení tlaku v napájecím čerpadle.

Obr. 54

Tepelná účinnost cyklu:



$$\eta_t = \frac{q_p - q_o}{q_p} = \frac{(i_4 - i_1) - (i_5 - i_1)}{(i_4 - i_1)}$$

Přivedené teplo a odvedené teplo je v diagramu  $T - s$  vyjádřeno graficky.

Rozdíl (adiabatický spád)

$$a_t = i_4 - i_5$$

Obr. 55

odpovídá teoretické měrné práci turbíny a její teoretický výkon je pak:

$$P_t = Q_m \cdot a_t$$

Skutečný výkon je

$$P = Q_m \cdot a_t \cdot \eta_{td}$$

kde  $\eta_{td}$  je termodynamická účinnost (viz nevratná adiabatická změna).

### Oběh kompresoru, kompresorové chlazení



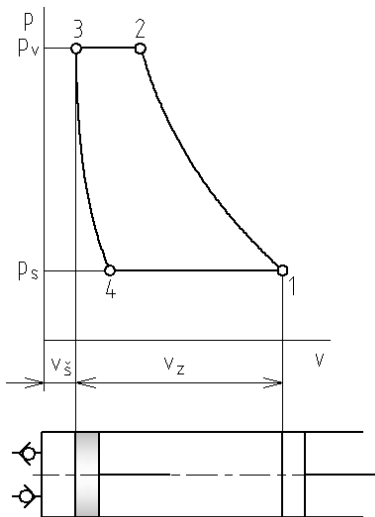
Kompresory jsou stroje pro stlačování a dopravu plynů, nejčastěji vzduchu. Stlačeného vzduchu se používá např. k pohonu pneumatických mechanismů, pneumatických nástrojů, k čištění odlitků, dmýchání vzduchu do pecí apod.

1 – 2: Komprese – stlačování nasátého plynu.

2 – 3: Vytlačování za stálého tlaku (v bodě 2 se otevře výtlačný ventil nastavený na výtlačný tlak).

3 – 4: Expanze zbytku stlačeného plynu v tzv. škodném (škodlivém) prostoru.

Obr. 56



4 – 1: Sání (sací ventil se otevře až v bodě 4, vlivem škodlivého prostoru kompresor nasaje méně plynu, než odpovídá jeho zdvihovému objemu).

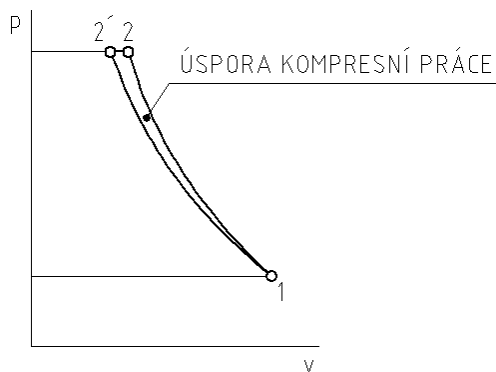
Plocha  $p - v$  diagramu odpovídá práci potřebné k periodickému stlačování plynu.

Objemová (volumetrická) účinnost:

$$\eta_v = \frac{V_1 - V_4}{V_1 - V_3} = \frac{\text{skutečně nasátý objem}}{\text{zdvihový objem}} = \frac{V_s}{V_z}$$

Práci na kompresi je možno uspořit tím, že se místo adiabatické komprese<sup>1</sup> snažíme o kompresi izotermickou (chlazením pracovního prostoru):

Obr. 57



1 – 2: Adiabatická komprese.

1 – 2': Izotermická komprese.

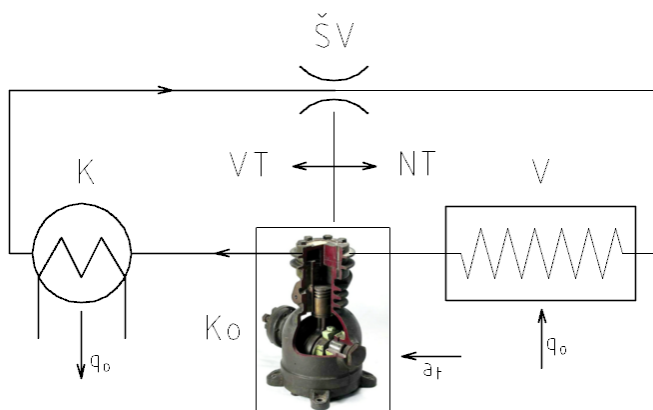


*Příslušné výpočtové vztahy jsou v kapitolách o stavových změnách.*

Obr. 58

### Kompresorový chladicí oběh:

Podstatou strojního chlazení je přestup tepla z chlazené látky do vypařujícího se chladiva.

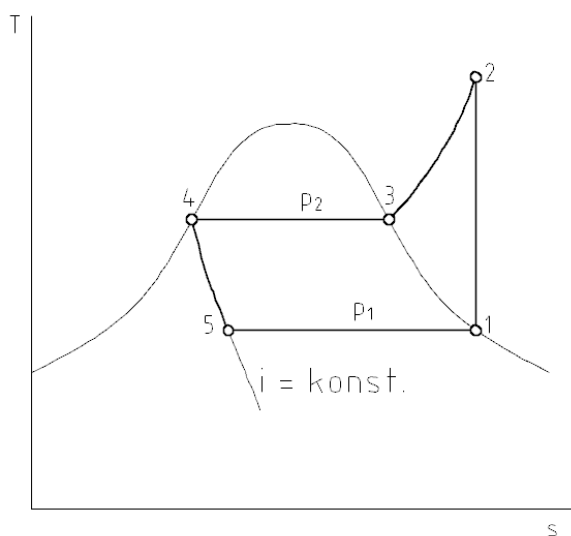


Vhodným chladivem je látka, která se vypařuje za potřebné teploty při normálním tlaku. Ve výparníku  $V$  přechází teplo z chlazené látky do chladiva (výparné teplo). Kompresor  $K_0$  nasává páry chladiva a dopravuje je do kondenzátoru  $K$ . Ze při vyšším tlaku chladivo kondenzuje a odevzdává teplo okolí. Škrticím ventilem (u chladniček kapilárou)  $ŠV$  se sníží tlak na hodnotu, při které se chladivo za nízké teploty snadno vypařuje.

Obr. 59

<sup>1</sup> Kompresce a expanze ve skutečných strojích probíhají velmi rychle, proto je pokládáme většinou za adiabatické – teplo se nestíhá sdělit.

1 – 2: Kompresor stlačuje páry chladiva.



2 – 4: Kondenzace chladiva v kondenzátoru (odvod tepla).

4 – 5: Snížení tlaku škrcením.

5 – 1: Vypařování chladiva ve výparníku.

Chladicí faktor:

$$\varepsilon_{ch} = \frac{q_p}{q_o - q_p} > 1.$$

Obr. 60

### Tepelné čerpadlo:

Tepelné čerpadlo je zařízení, které slouží k získávání tepla pro vytápění, ohřev vody apod. Oběh je stejný jako u chladicího zařízení, zdrojem tepla pro výparník je vzduch, zemní vrt nebo voda (např. odpadní), teplo je pak dodáváno kondenzátorem.

Obdobou účinnosti nebo chladicího faktoru je topný faktor:

$$\varepsilon_t = \frac{q_o}{q_o - q_p} > 1.$$



### Otázky a úkoly:

1. Charakterizujte tepelný oběh.
2. Nakreslete Carnotův oběh a v diagramu  $T - s$  vyznačte maximální a minimální tlak.
3. Jaký je rozdíl mezi cyklem přímým a obráceným?
4. Vyjádřete tepelnou účinnost.
5. Popište tepelné oběhy spalovacích motorů.
6. Co je to kompresní poměr?
7. Vysvětlete činnost a popište oběh spalovací turbíny.
8. Nakreslete a popište oběh parní turbíny.
9. Popište oběh kompresoru a chladicího zařízení s kompresorem.

## 9. PROUDĚNÍ PLYNŮ A PAR

Obsah této kapitoly:

- Rovnice proudění
- Výtok z trysky
- Obtékání těles

### Rovnice proudění

Platí opět rovnice kontinuity a Bernoulliho energetická rovnice, zde ovšem na rozdíl od kapalin musíme počítat se stlačitelností (hustota není konstantní) a se změnou vnitřní energie (závislá na změně teploty).

### Rovnice kontinuity

**Zákon zachování hmotnosti (hmotnostního toku):**

$$Q_m = \text{konst.},$$

$$S_1 w_1 \rho_1 = S_2 w_2 \rho_2,$$

$$\frac{S_1 w_1}{v_1} = \frac{S_2 w_2}{v_2}.$$

#### **Příklad:**

Sytá pára s tlakem  $p_1 = 0,6$  MPa se škrtí na tlak  $p_2 = 0,15$  MPa. Určete průměr potrubí za škrticím ventilem, jestliže se spotřebuje  $Q_m = 1\,200$  kg páry za hodinu a rychlost v potrubí je  $w = 45$  m·s<sup>-1</sup>.

#### **Řešení:**

Vyhledáme měrný objem syté páry po škrcení:  $v_2 = 1,156$  m<sup>3</sup>·kg<sup>-1</sup>.

Z hmotnostního toku vypočítáme průřez potrubí:

$$S_2 = \frac{Q_m v_2}{w_2} = \frac{0,333 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1} \cdot 1,156 \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}}{45 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}} = 8,563 \cdot 10^{-3} \text{ (m}^2\text{)},$$

Průměr potrubí:

$$d = \sqrt{\frac{4S_2}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 8,563 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2}{\pi}} = 0,1044 \text{ (m)} \doteq \underline{105 \text{ mm}}.$$

### **Bernoulliho rovnice:**

**Zákon zachování energie (včetně vnitřní, tedy „tepelné“ energie):**

$$e_g + e_p + e_k + u + q = \text{konst. (J)}.$$

**$u$  je měrná vnitřní energie,  $q$  je přivedené nebo odvedené teplo z proudové trubice.**

Uvažujeme **adiabatické proudění** mezi dvěma místy, kdy je  $q = 0$ :

$$gh_1 + p_1 v_1 + \frac{w_1^2}{2} + u_1 = gh_2 + p_2 v_2 + \frac{w_2^2}{2} + u_2.$$

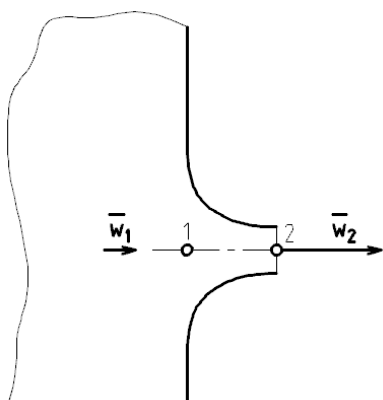
Je-li výškový rozdíl malý, lze jej u plynů a par zanedbat a rovnici pak zjednodušit a upravit:

$$p_1 v_1 + \frac{w_1^2}{2} + u_1 = p_2 v_2 + \frac{w_2^2}{2} + u_2,$$

$$i_1 + \frac{w_1^2}{2} = i_2 + \frac{w_2^2}{2}.$$

### 🔊) Výtok z trysky

Pro výtok dokonale hladkou zužující se tryskou z nádoby s tlakem  $p_1$  do prostředí s tlakem  $p_2 \ll p_1$  použijeme rovnici adiabatického proudění:



$$i_1 + \frac{w_1^2}{2} = i_2 + \frac{w_2^2}{2},$$

u níž zanedbáme vstupní rychlost mnohem menší než rychlost výstupní, která pak bude:

$$w_2 = \sqrt{2(i_1 - i_2)} = \sqrt{2H}.$$

$H$  je adiabatický spád. Plyn v trysce adiabaticky expanduje.

Obr. 61



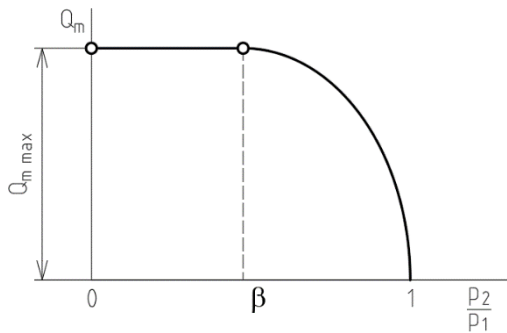
Rovnice je analogická s rovnicí  $w = \sqrt{2gH}$ , platnou pro rychlost volného pádu nebo výtokovou rychlost kapaliny z nádoby s volnou hladinou. V této rovnici je pod odmocninou dvojnásobek měrné polohové energie. V rovnici pro výtok plynu z trysky je to dvojnásobek změny měrné entalpie, tedy také klidové energie látky.

Rozdíl entalpií představuje při adiabatické změně měrnou technickou práci, takže pro rychlost platí:

$$w_2 = \sqrt{2 \frac{\kappa}{\kappa - 1} \cdot p_1 v_1 \cdot \left[ 1 - \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right]}.$$

Hmotnostní tok:

$$Q_m = \frac{S_2 w_2}{v_2}.$$



Při klesajícím protitlaku neporoste hmotnostní tok trvale, ale jen do určitého poměru výstupního a vstupního tlaku, kterému říkáme **kritický tlakový poměr**  $\beta$ . Kritická rychlost pak bude rovna rychlosti zvuku ve vzdušině. Při dalším poklesu výstupního tlaku nastane za tryskou ztrátová expanze. Hmotnostní tok se při tomto nadkritickém výtoku více nemění.

Obr. 62

Kritický tlakový poměr je určen vztahem

$$\beta = \frac{p_k}{p_1} = \left( \frac{\kappa}{\kappa + 1} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}}.$$

Po dosazení za tlakový poměr do vztahu pro výstupní rychlost a po úpravě obdržíme kritickou rychlost:

$$w_k = \sqrt{2 \frac{\kappa}{\kappa + 1} p_1 v_1} = \sqrt{2 \frac{\kappa}{\kappa + 1} r T_1}.$$

---

**Kritický tlakový poměr  $\beta$  má pro vzduch a dvouatomové plyny hodnotu přibližně 0,528, pro přehřátou páru 0,547 a u páry na počátku výtoku syté 0,577.**

---

### Lavalova dýza, expanzní proudění



Aby se využil při nadkritickém výtoku celý spád, je nutno prodloužit zúženou (konvergentní) trysku rozšířeným nástavcem. V tomto rozšířeném nástavci dále stoupá rychlost, měrný objem plynu nebo páry roste rychleji, než se zvětšuje průřez, takže se zachovává rovnice kontinuity:

$$\frac{S_x w_x}{v_x} = konst.$$

Takové proudění je expanzní a rozšířená tryska se nazývá Lavalova<sup>1</sup> dýza.

Obr. 63

### **Příklad:**

Pára o tlaku 1,3 MPa a teplotě 320 °C vytéká Lavalovou dýzou do prostoru s atmosférickým tlakem 0,1 MPa. Rychlostní součinitel je 0,96. Určete kritický tlak, kritickou rychlost a výtakovou rychlost.

---

<sup>1</sup> Carl Gustaf de Laval (1845-1913), švédský inženýr, vynálezce rovnotlakové parní turbíny. Lavalova dýza se používá při nadkritickém výtoku nejen u turbín, ale i u raketových motorů.



### Řešení:

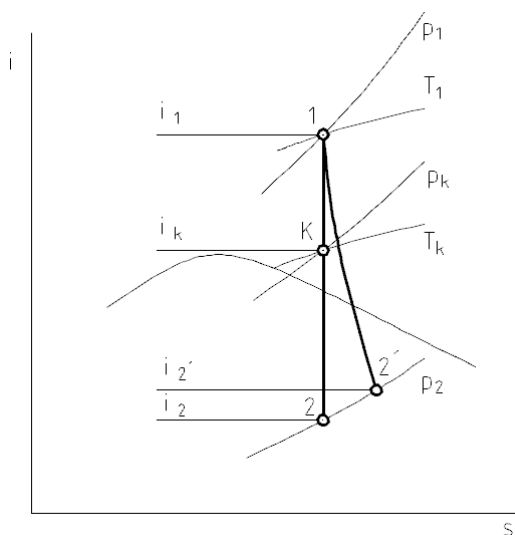
Protože se jedná o přehřátou páru, je kritický tlakový poměr  $\beta = 0,547$ . Kritický tlak potom je:

$$p_k = \beta p_1 = 0,547 \cdot 1,3 \text{ MPa} = \underline{0,711 \text{ (MPa)}}.$$

Kritickou rychlost určíme ze vztahu

$$w_k = \sqrt{2(i_1 - i_k)},$$

kde entalpie určíme z  $i - s$  diagramu:



$$i_1 = 3\,080 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1},$$

$$i_k = 2\,940 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}.$$

Kritická rychlost:

$$w_k = \sqrt{2(3\,080 - 2\,940) \cdot 10^3 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}} = \underline{529,2 \text{ (m} \cdot \text{s}^{-1}\text{)}}.$$

Obr. 64

Výtoková rychlost:

$$w_{2'} = \varphi w_2 = \varphi \sqrt{2(i_1 - i_2)} = 0,96 \cdot \sqrt{2(3\,080 - 2\,560) \cdot 10^3 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}} = \underline{979 \text{ (m} \cdot \text{s}^{-1}\text{)}}.$$



### Otázky a úkoly:

1. K čemu dochází při poklesu tlaku za konvergentní tryskou?
2. Co je to kritický tlakový poměr?
3. Popište expanzní proudění v Lavalově dýze.

### Obtékání těles

Problematika obtékání těles proudícími vzdušinami (případně těles pohybujících se v plynném prostředí) patří do aeromechaniky (aerodynamiky). Aerodynamika řeší problémy letectví a jiných rychlých dopravních prostředků, parních a plynových turbín, spalovacích motorů, větrání atd.

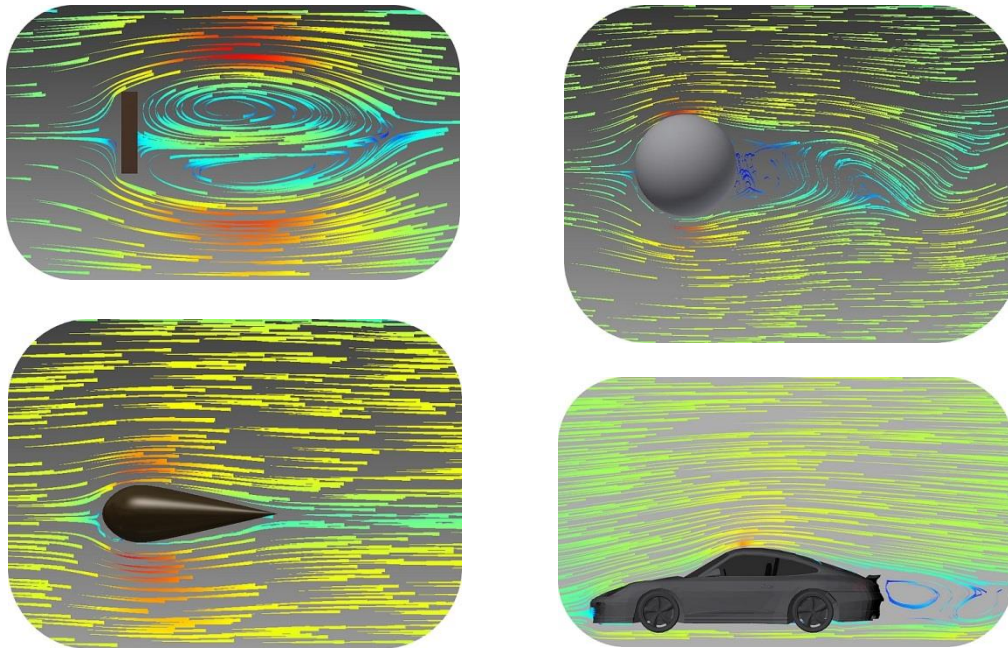
## Odpor a vztlak

Příčinou odporu plynného prostředí je vazkost (vnitřní tření) a vznik vírů za tělesem (úplav). Velikost odporu  $F_x$  závisí na tvaru tělesa, což vyjadřuje součinitel odporu  $c_x$ , na čelní ploše a na dynamickém tlaku:

$$F_x = c_x \cdot S \cdot \frac{1}{2} \rho w^2.$$

Vliv tvaru na odporovou sílu se zjišťuje počítačovou simulací. Její výsledky lze verifikovat experimentálně v aerodynamickém tunelu. Pokud se zkouší zmenšený model, musí být proudění fyzikálně podobné (pro určení podobnosti slouží bezrozměrná kritéria, např. Reynoldsovo číslo).

Ukázky simulací v programu Project Falcon for Autodesk Inventor a for AutoCAD (<http://labs.autodesk.com/utilities/falcon>). Model automobilu byl vytvořen v programu Google SketchUp (zdroj: <http://sketchup.google.com/3dwarehouse/>) a importován autorem učebnice do AutoCADU v 3D:



Obr. 65



*Pro představu: součinitel odporu desky je orientačně 1,2, koule 0,5, tělesa proudnicového tvaru (kapky) 0,06 a sportovního automobilu 0,35.*

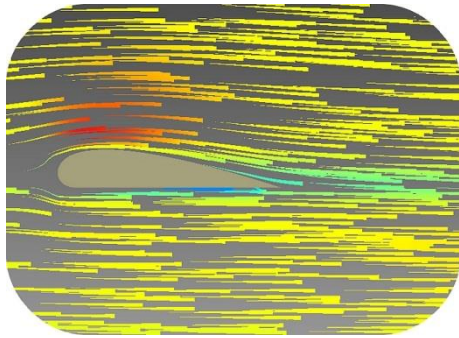
**Aerodynamická vztlaková síla<sup>1</sup> vzniká tehdy, jestliže na těleso působí na různých místech povrchu různé tlaky. Její velikost se určí podobně jako velikost odporu, vztah se liší součinitelem vztlaku  $c_y$ :**

$$F_y = c_y \cdot S \cdot \frac{1}{2} \rho w^2.$$

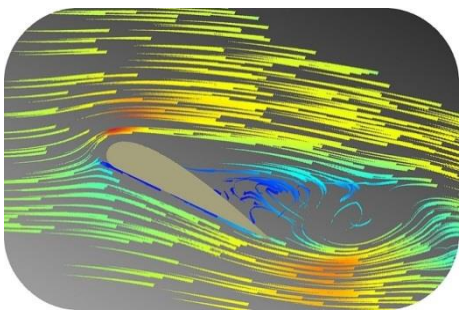
<sup>1</sup> Rovnice jsou analogické vztahům pro dříve odvozenou sílu na desku  $F = C \cdot S \cdot \rho \cdot w^2$ . Konstanta  $C < 1$  vyjadřuje vliv tvaru tělesa a druhu proudění; aby bylo možno pracovat s dynamickým tlakem, používáme místo ní součinitele odporu, vztlaku a momentu (viz dále).

U letadel se obvykle za  $S$  dosazuje půdorysná plocha křídla.

Rozdíl tlaků se vytvoří buď rotací válcového nebo kulového tělesa obtékaného vzdušinou (tzv. Magnusův jev<sup>1</sup>), nebo vhodným profilem křídla či lopatky.



Při obtékání profilu křídla nebo rotujícího válce či koule dochází k vírovému pohybu – cirkulaci rychlosti; na jedné straně se rychlost proudnic  $\mathbf{w}_0$  sčítá s rychlostí vírového pohybu  $\mathbf{w}_v$ , na druhé straně se rychlosti odečítají. Na straně součtu se proudnice zhušťují a s větší rychlostí klesne statický tlak (Bernoulliho rovnice). Na straně rozdílu se proudnice zředí a nižší rychlost vede k většímu tlaku. Výslednice tlakových sil je aerodynamická vztlaková síla.



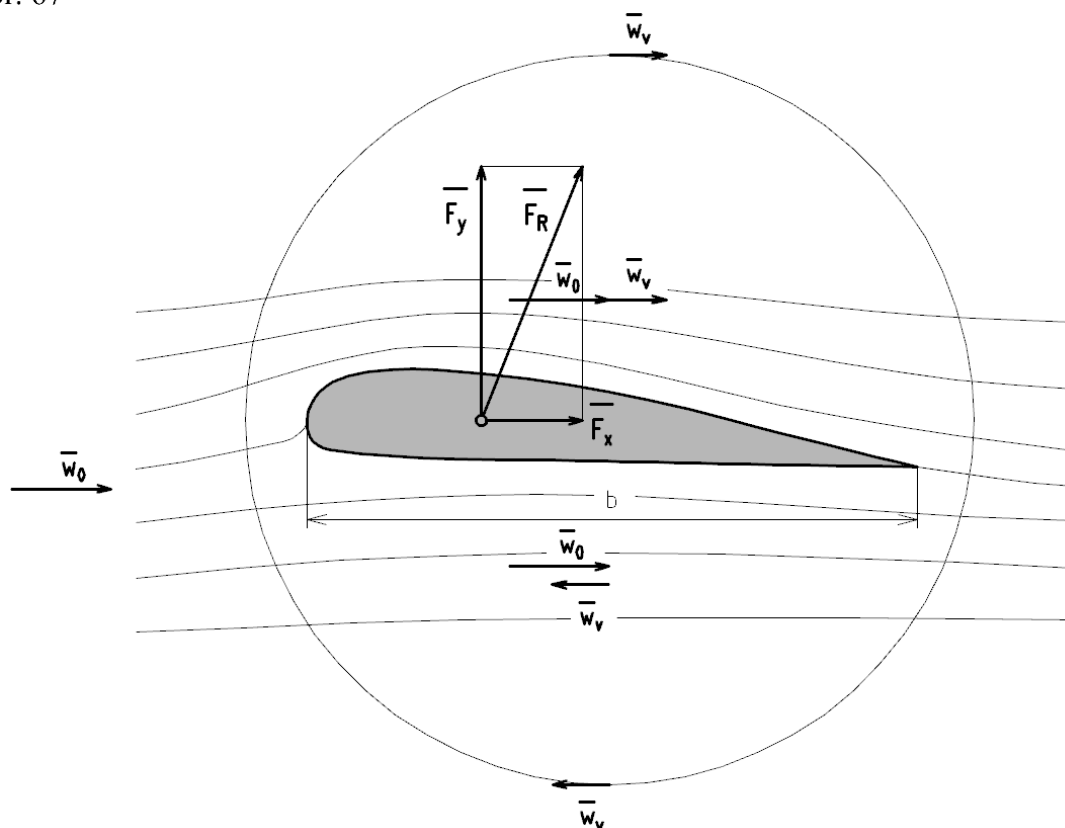
S růstem úhlu náběhu roste vztlak, je-li úhel náběhu příliš velký (tzv. přetažení letadla), nastává odtržení proudnic a ztráta vztlaku (viz obrázek simulace).

**Třetím důsledkem aerodynamického silového působení je moment ( $c_m$  je součinitel momentu):**

$$M = c_m \cdot S \cdot \frac{1}{2} \rho w^2 \cdot b.$$

Obr. 66

Obr. 67



Obr. 68

<sup>1</sup> Magnusova jevu se využívá např. při míčových hrách (zakřivení dráhy míče se dosáhne „falší“, tj. rotací).

**Příklad:**

Sportovní automobil má součinitel odporu  $c_x = 0,33$ . Čelní plocha je  $S = 1,8 \text{ m}^2$ . Určete, jaký výkon je třeba pro překonání odporu vzduchu při rychlosti  $220 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ . Průměrná hustota vzduchu je  $1,2 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ .

**Řešení:**

Odpor určíme ze vztahu:

$$F_x = c_x \cdot S \cdot \frac{1}{2} \rho w^2 =$$

$$= 0,33 \cdot 1,8 \text{ m}^2 \cdot 0,5 \cdot 1,2 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \cdot 61,11^2 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2} =$$

$$= 1\,331 \text{ (N)}.$$

Obr. 69

Výkon:

$$P = F_x \cdot w = 1\,331 \text{ N} \cdot 61,11 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = \underline{81\,227 \text{ (W)}}.$$

**Příklad:**

Letadlo o hmotnosti  $9 \text{ t}$  nese užitečné zatížení  $3\,000 \text{ kg}$ . Při vodorovném letu ve výšce  $3 \text{ km}$  dosahuje rychlosti  $340 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ . Určete součinitel vztlaku křídla o ploše  $56 \text{ m}^2$ . Hustota vzduchu je přibližně  $0,9 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ .

**Řešení:**

Při vodorovném letu nastává rovnováha mezi tíhovou silou a vztlakovou silou:

$$G = F_y = (9\,000 \text{ kg} + 3\,000 \text{ kg}) \cdot 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} = 117\,750 \text{ (N)}.$$

Ze vztahu pro vztlak určíme součinitel vztlaku:

$$c_y = \frac{F_y}{0,5 S \rho w^2} = \frac{117\,750 \text{ N}}{0,5 \cdot 73 \text{ m}^2 \cdot 0,9 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \cdot 94,44^2 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2}} = \underline{0,4}.$$

**Otázky a úkoly:**

1. Na čem závisí odpor vzduchu automobilů, motocyklů a jak se může snížit?
2. Vysvětlete podstatu aerodynamického vztlaku.

## 10. SDÍLENÍ TEPLA, VÝMĚNÍKY TEPLA

Obsah této kapitoly:

- Význam a druhy sdílení tepla
- Sdílení tepla sáláním
- Proudění a vedení, prostup tepla stěnou
- Výměníky tepla

### Význam a druhy sdílení tepla

Sdílení tepla, tedy jeho přenos z tělesa teplejšího na chladnější, je základem činnosti tepelných strojů a zařízení.

---

**Sdílení tepla rozdělujeme na sálání (radiaci), vedení (kondukcí) a proudění (konvekci). Sálání je předávání tepla ve formě elektromagnetických vln, k vedení tepla dochází v nestejněměrně ohřátém tělese a šíření tepla prouděním nastává při pohybu částic tekutin. Je vždy spojeno s vedením.**

---



*Prostup tepla stěnou, tedy sdílení tepla mezi teplejší tekutinou a pevnou stěnou a touto stěnou a chladnější tekutinou, je základem většiny výměníků tepla.*

### Sdílení tepla sáláním

Tepelné záření je částí spektra elektromagnetického vlnění, která zahrnuje vlnové délky 0,8 – 40  $\mu\text{m}$ . Dopadne-li zářivá energie na těleso, je zčásti pohlcena, zčásti se odráží a část projde<sup>1</sup>.

#### **Stefan – Boltzmannův zákon**

**Těleso s povrchem o velikosti  $S$  vysílá při absolutní teplotě  $T$  tepelný výkon:**

$$Q_{\tau} = cS \left( \frac{T}{100} \right)^4 \text{ (W)}.$$

---

**Energie záření je přímo úměrná 4. mocnině absolutní teploty. Konstanta  $c$  je součinitel sálání ( $\text{W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-4}$ ).**

---

Těleso, které by pohltilo veškeré záření, by bylo tzv. absolutně černé. Skutečná tělesa jsou z tohoto hlediska „šedá“.

#### **Součinitele sálání**

Látka	$c$ ( $\text{W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-4}$ )	Látka	$c$ ( $\text{W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-4}$ )
Ideálně černé těleso	5,77	Litina oxidovaná	5,4
Hliník oxidovaný	1,14-1,71	Měď leštěná	0,29
Hliník leštěný	0,3	Měď oxidovaná	4,5
Chromnikl	4,05	Omítka vápenná	5,25
Lak bílý smaltovaný	5,23	Stříbro leštěné	0,15
Ocel oxidovaná	4,62	Voda, led	5,23

---

<sup>1</sup> Pohltivost a odrazivost závisí na jakosti a barvě povrchu.

Sálají-li proti sobě dvě tělesa s rovnoběžnými, stejně velkými plochami o různých teplotách, předá teplejší těleso chladnějšímu tepelný tok rovný rozdílu:

$$Q_{\tau} = cS \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right] \text{ (W)}.$$

Součinitel vzájemného sálání  $c$ :

$$\frac{1}{c} = \frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2} - \frac{1}{c_0}.$$

$c_0$  je součinitel sálavosti absolutně černého tělesa.

Je-li těleso s povrchem  $S_1$  obklopeno tělesem s povrchem  $S_2$ , dosadíme do rovnice pro tepelný tok plochu  $S_1$  a součinitel vzájemného sálání je:

$$\frac{1}{c} = \frac{1}{c_1} + \frac{S_1}{S_2} \left( \frac{1}{c_2} - \frac{1}{c_0} \right).$$

Pokud je těleso 1 nepatrné vzhledem k tělesu 2, pak je  $c \doteq c_1$ .

### Proudění a vedení, prostup tepla stěnou

Prostup tepla stěnou je základem většiny výměníků tepla a skládá se z vedení tepla stěnou doprovázeného prouděním dvou látek různých teplot. Stěna může být rovinná nebo se může jednat o stěnu trubky (často i více vrstev – tepelná izolace, omítka, kotelní kámen apod.).

V první fázi přestupuje tepelný tok  $Q_{\tau}$  z teplejší látky do stěny:

$$Q_{\tau} = \alpha_1 S (t_1 - t_{s1}).$$

V druhé fázi prochází tento tepelný tok stěnou<sup>1</sup>. V případě stěny rovinné:

$$Q_{\tau} = S \frac{\lambda}{\delta} (t_{s1} - t_{s2}),$$

u stěny válcové:

$$Q_{\tau} = \frac{2\pi\lambda l}{\ln \frac{d_2}{d_1}} \cdot (t_{s1} - t_{s2}).$$

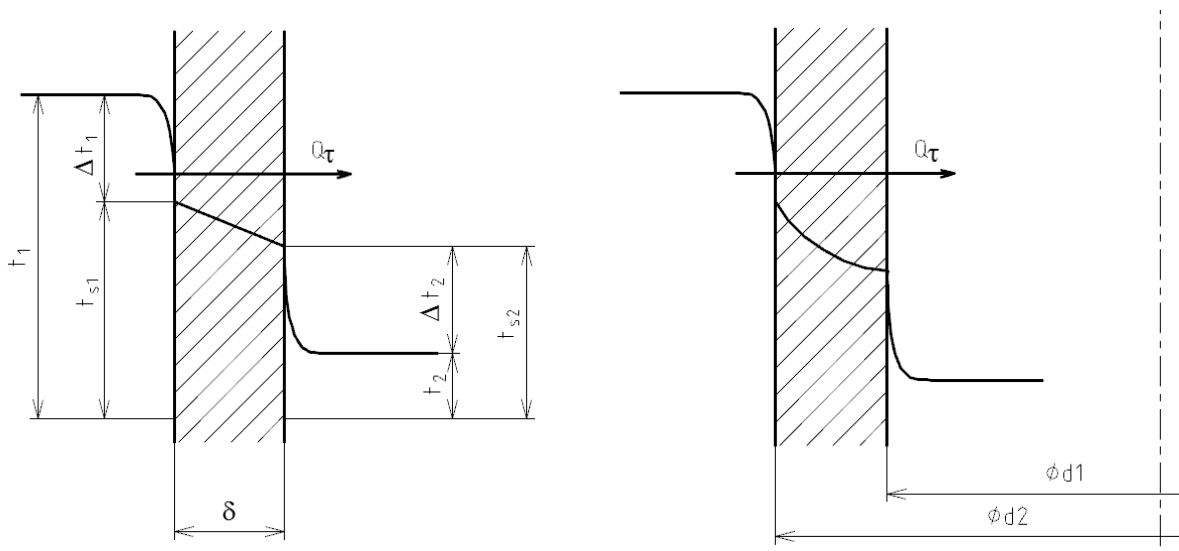
Ve třetí fázi tepelný tok přestupuje ze stěny do chladnější látky:

$$Q_{\tau} = \alpha_2 S (t_{s2} - t_2).$$

V těchto vztazích jsou  $\alpha_1, \alpha_2$  součinitele přestupu tepla ( $\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$ ) a  $\lambda$  je součinitel tepelné vodivosti ( $\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ ). Další hodnoty jsou patrné z obrázku.

---

<sup>1</sup> Fourierův zákon.



Obr. 70

Z rovnice vyjádříme rozdíly teplot (uveden pouze případ rovinné stěny):

$$(t_1 - t_{s1}) = \frac{Q_\tau}{\alpha_1 S'}$$

$$(t_{s1} - t_{s2}) = \frac{Q_\tau \delta}{S \lambda},$$

$$(t_{s2} - t_2) = \frac{Q_\tau}{\alpha_2 S'}$$

Rovnice sečteme:

$$t_1 - t_2 = \frac{Q_\tau}{S} \left( \frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2} + \frac{\delta}{\lambda} \right).$$

Výraz v závorce položíme roven  $\frac{1}{k}$ , kde  $k$  je **součinitel prostupu tepla stěnou**, a obdržíme:

$$Q_\tau = kS(t_1 - t_2).$$

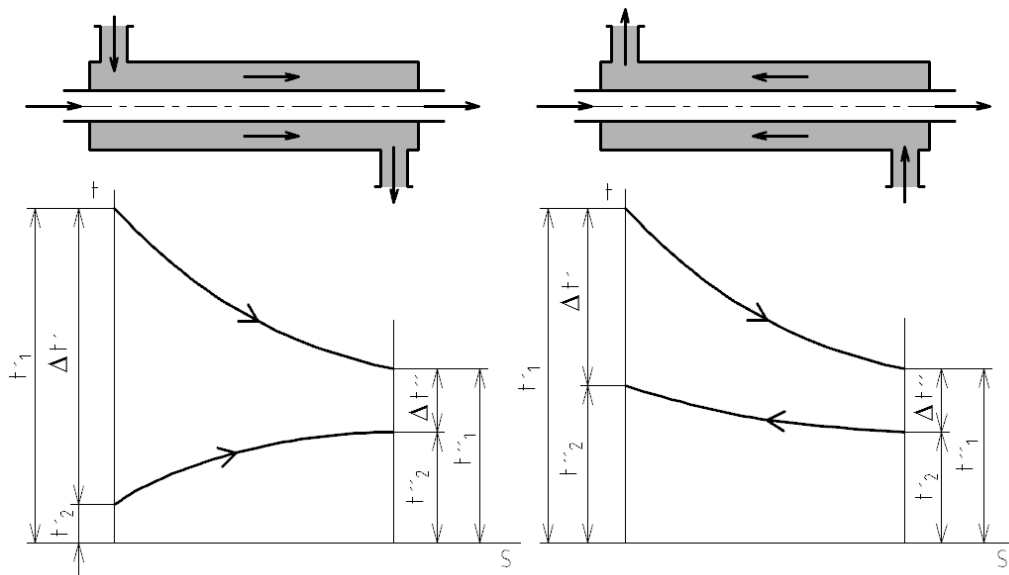


*U složené stěny postupujeme obdobně, doplníme vztahy pro vedení v jednotlivých vrstvách.*

Provozní režim	Svazkový trubkový výměník $k$ ( $\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$ )
kapalina - kapalina	150 – 1200
kapalina – plyn, $1 \cdot 10^5$ Pa	15 – 70
kapalina – plyn, $200 \cdot 10^5$ Pa	200 – 400
pára – kapalina	1 500 – 4 000

## 🔊 Výměníky tepla

Mezi výměníky tepla patří chladiče, ohřivače, výparníky, kondenzátory. Teplota tekutin se při průchodu výměníkem se postupně mění. Nejjednodušší výměník je výměník dvoutrubkový. Podle směru proudění se rozdělují na souproudý a protiproudý (souproud a protiproud):



Obr. 71

Grafy znázorňují průběhy teplot v závislosti na teplosměnné ploše. Potřebnou teplosměnnou plochu vypočteme podle rovnice pro prostup tepla:

$$Q_{\tau} = kS(t_1 - t_2), \text{ zkráceně } Q_{\tau} = kS\Delta t_s,$$

do níž dosadíme za rozdíl teplot střední teplotní spád  $\Delta t_s$ .

Poměr rozdílů teplot	Střední teplotní spád
$\frac{\Delta t'}{\Delta t''} \leq 2$	aritmetický $\frac{\Delta t' + \Delta t''}{2}$
$\frac{\Delta t'}{\Delta t''} > 2$	logaritmický $\frac{\Delta t' - \Delta t''}{2,3 \cdot \log \frac{\Delta t'}{\Delta t''}}$

### Porovnání souproudu a protiproudu

Souproudý výměník má výrazný rozdíl teplot mezi teplejší a chladnější látkou na vstupu do výměníku. Tento velký rozdíl může snížit viskozitu látky, proto se tohoto uspořádání používá u velmi viskózních látek (úspora energie). Další výhodou je menší teplotní zatížení trubky, kdy se teplota stěny trubky blíží průměrné hodnotě teplot obou proudů. To může hrát roli u teplotně citlivých látek (potravinářství, farmacie).

Protiproudý výměník má větší teplotní spád, proto vystačí s menším množstvím chladicí nebo topné kapaliny. Je ekonomičtější i z hlediska spotřeby materiálu. Používá se častěji než souproud.



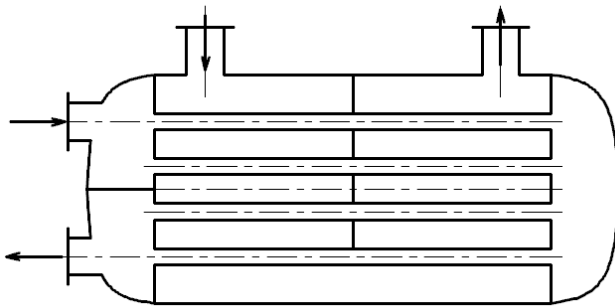


*Pokud u jedné látky dochází ke změně skupenství (vypařování nebo kondenzace), je její teplota konstantní a souproud a protiproud se neliší.*

### Postup při předběžném návrhu výměníku tepla

**Dáno nebo voleno:** Hmotnostní tok  $Q_{m1}$  chlazené nebo ohřívané látky, požadovaný rozdíl teplot, druh chladicí nebo topné látky a rozdíl teplot.

**Hledáme:** Hmotnostní tok  $Q_{m2}$  chladicí nebo topné látky, rozměry trubek (plocha, délka, popř. počet).



1. Výpočet tepelného toku:

$$Q_{\tau} = Q_{m1} \cdot c_1 \cdot \Delta t_1.$$

2. Určení potřebného množství druhé látky (chladicí nebo topné):

$$Q_{\tau} = Q_{m2} \cdot c_2 \cdot \Delta t_2,$$

$$Q_{m2} = \frac{Q_{\tau}}{c_2 \cdot \Delta t_2}.$$

Obr. 72

3. Určení středního teplotního spádu.

4. Výpočet plochy a délky trubek (ze vztahu pro prostup tepla stěnou).

### **Příklad:**

Určete, kolik tepla za hodinu vysálá do okolí povrch hliníkového kulového vodojemu o průměru  $D = 2$  m, je-li jeho povrchová teplota  $t_1 = 7$  °C a okolní teplota  $t_2 = -10$  °C.

### **Řešení:**

Povrch vodojemu:

$$S = 4\pi r^2 = 4\pi \cdot 1^2 \text{ m}^2 = 12,6 \text{ (m}^2\text{)}.$$

Tepelný tok:

$$Q_{\tau} = cS \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right] = 1,5 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4} \cdot 12,6 \text{ m}^2 \cdot \left[ \left( \frac{280 \text{ K}}{100} \right)^4 - \left( \frac{263 \text{ K}}{100} \right)^4 \right] =$$

$$= 257,5 \text{ (W)},$$

tj.  $927 \text{ kJ} \cdot \text{h}^{-1}$  tepla.

### **Příklad:**

Ve výměníku tepla se má ochladit  $Q_{m1} = 1\,000 \text{ kg} \cdot \text{h}^{-1}$  oleje z teploty  $t_1 = 60$  °C na teplotu  $t_2 = 30$  °C vodou, která se má ohřát z teploty  $t_1' = 10$  °C na  $t_2' = 20$  °C. Součinitel prostupu tepla  $k = 1\,390 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$  byl odhadnut na základě podobných zařízení. Porovnejte potřebnou plochu trubek u souproudu a protiproudu a určete spotřebu chladicí vody. Střední měrná tepelná kapacita oleje je  $1,67 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ .

**Řešení:**

Výpočet tepelného toku:

$$Q_{\tau} = Q_{m1} \cdot c_1 \cdot \Delta t_1 = 0,277 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1} \cdot 1,67 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \cdot (60 - 30) \text{ }^{\circ}\text{C} = 13,92 \text{ (kJ} \cdot \text{s}^{-1}\text{)}.$$

Spotřeba chladicí vody:

$$Q_{m2} = \frac{Q_{\tau}}{c_2 \cdot \Delta t_2} = \frac{13,92 \text{ kJ} \cdot \text{s}^{-1}}{4,186 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \cdot 10 \text{ }^{\circ}\text{C}} = 0,332 \text{ (kg} \cdot \text{s}^{-1}\text{)} = \underline{\underline{1\,197 \text{ kg} \cdot \text{h}^{-1}}}.$$

Poměr rozdílů teplot u souproudu a protiproudu:  
souproud:

$$\begin{aligned} \Delta t' &= 60 \text{ }^{\circ}\text{C} - 10 \text{ }^{\circ}\text{C} = 50 \text{ (}^{\circ}\text{C)}, \\ \Delta t'' &= 30 \text{ }^{\circ}\text{C} - 20 \text{ }^{\circ}\text{C} = 10 \text{ (}^{\circ}\text{C)}, \\ \frac{\Delta t'}{\Delta t''} &= \frac{50}{10} = 5. \end{aligned}$$

Protiproud:

$$\begin{aligned} \Delta t' &= 60 \text{ }^{\circ}\text{C} - 20 \text{ }^{\circ}\text{C} = 40 \text{ (}^{\circ}\text{C)}, \\ \Delta t'' &= 30 \text{ }^{\circ}\text{C} - 10 \text{ }^{\circ}\text{C} = 20 \text{ (}^{\circ}\text{C)}, \\ \frac{\Delta t'}{\Delta t''} &= \frac{40}{20} = 2. \end{aligned}$$

Střední teplotní spád:  
Souproud:

$$\Delta t_s = \frac{\Delta t' - \Delta t''}{2,3 \cdot \log \frac{\Delta t'}{\Delta t''}} = \frac{50 \text{ }^{\circ}\text{C} - 10 \text{ }^{\circ}\text{C}}{2,3 \cdot \log \frac{50}{10}} = 24,9 \text{ (}^{\circ}\text{C)}.$$

Protiproud:

$$\Delta t_s = \frac{\Delta t' + \Delta t''}{2} = \frac{40 \text{ }^{\circ}\text{C} + 20 \text{ }^{\circ}\text{C}}{2} = 30 \text{ (}^{\circ}\text{C)}.$$

Plocha trubek u souproudu:

$$S = \frac{Q_{\tau}}{k \Delta t_s} = \frac{13,92 \cdot 10^3 \text{ J} \cdot \text{s}^{-1}}{1\,390 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1} \cdot 24,9 \text{ }^{\circ}\text{C}} = \underline{\underline{0,402 \text{ (m}^2\text{)}}}.$$

Plocha trubek u protiproudu:

$$S = \frac{Q_{\tau}}{k \Delta t_s} = \frac{13,92 \cdot 10^3 \text{ J} \cdot \text{s}^{-1}}{1\,390 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1} \cdot 30 \text{ }^{\circ}\text{C}} = \underline{\underline{0,339 \text{ (m}^2\text{)}}}.$$

## 11. POUŽITÁ LITERATURA

JANOTKOVÁ, E., PAVELEK, M., ŠTĚTINA, J. *Termomechanika. Studijní pomůcky (opora) pro kombinovanou formu bakalářského studia*. [online]. [cit. 2013-12-12]. Dostupné z www: <http://ottp.fme.vutbr.cz/skripta/termomechanika/index.htm>.

KUNC, A. aj. *Mechanika III. Hydromechanika, termomechanika, kinematika a dynamika těles*. Praha : SNTL, 1961.

SUCHANSKÝ, M. *Strojnictví III. Termomechanika a hydromechanika pro SPŠ nestrojnické*. Praha : SNTL, 1987.

SZABÓ, I. *Mechanika tuhých těles a kapalin*. Přel. C. Höschl. Praha : SNTL, 1967.

TUREK, I. aj. *Sbírka úloh z mechaniky*. Praha : SNTL, 1975.

TVRZSKÝ, J. *Mechanika pro 2. ročník středních průmyslových škol elektrotechnických*. Praha : SNTL, 1965.

WANNER, J. *Sbírka vyřešených úloh z technické mechaniky. IV. díl, kapaliny, plyny a páry*. Praha : Československý kompas, 1949.