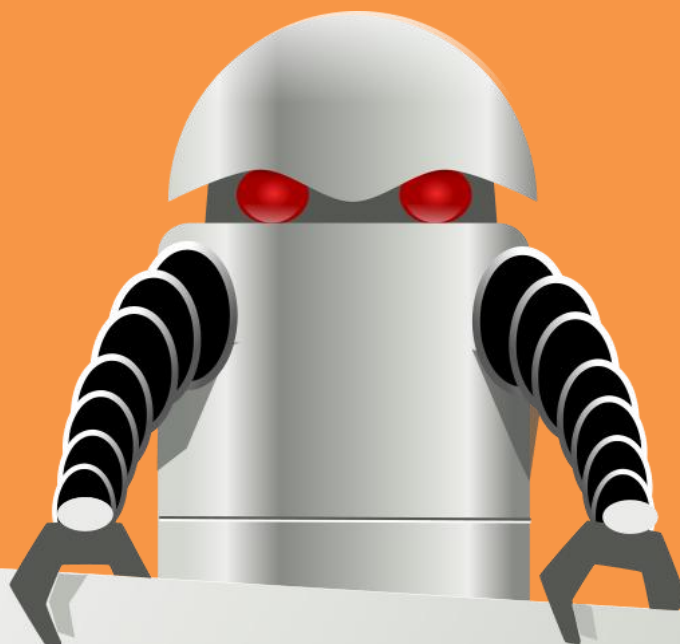


STŘEDNÍ PRŮMYSLOVÁ ŠKOLA STROJNICKÁ A STŘEDNÍ ODBORNÁ ŠKOLA  
PROFESORA ŠVEJCARA, PLZEŇ, KLATOVSKÁ 109



**Josef Gruber**

# **MECHANIKA IV**

**DYNAMIKA – PRACOVNÍ SEŠIT**

Vytvořeno v rámci Operačního programu Vzdělávání pro konkurenceschopnost  
CZ.1.07/1.1.30/01.0038 Automatizace výrobních procesů ve strojírenství  
a řemeslech



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ



Dílo podléhá komerčně-

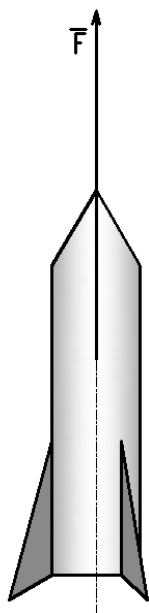


# 1. PRACOVNÍ LIST – DYNAMIKA

## POHYBOVÁ ROVNICE HMOTNÉHO BODU 1

**Dáno:** Raketa odstartuje kolmo vzhůru se zrychlením  $a = 19,6 \text{ m.s}^{-2}$ , přičemž její motory vyvinou tažnou sílu  $F = 96\,500 \text{ N}$ .

**Určete:** hmotnost rakety  $m$ .



Vnější síly: .....

Setrvačná síla: .....

Pohybová rovnice:

$m =$

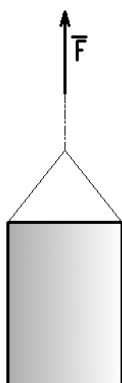
**Dáno:** Kabina výtahu má hmotnost  $m = 350 \text{ kg}$ .

**Určete:** jaká síla působí v závěsu lan, jestliže se kabina:

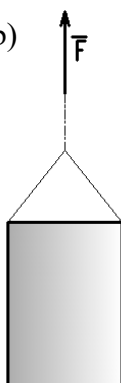
- a) pohybuje rovnoměrně přímočaře;
- b) zastavuje směrem vzhůru se zpožděním  $a = 3,3 \text{ m.s}^{-2}$ ;
- c) rozjíždí směrem dolů se zrychlením  $a = 3,3 \text{ m.s}^{-2}$ ;
- d) zastavuje směrem dolů se zpožděním  $a = 3,3 \text{ m.s}^{-2}$ .

Odporové síly zanedbejte.

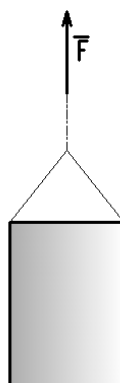
a)



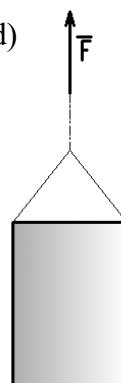
b)



c)



d)

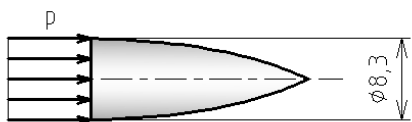


## 2. PRACOVNÍ LIST – DYNAMIKA

### POHYBOVÁ ROVNICE HMOTNÉHO BODU 2

**Dáno:** Náboj o hmotnosti  $m = 28 \text{ g}$  opustil hlaveň zbraně ráže  $8,3 \text{ mm}$  rychlostí  $v = 720 \text{ m.s}^{-1}$ . Pohyboval se v hlavni po dobu  $t = 65 \cdot 10^{-5} \text{ s}$ .

**Určete:** průměrný tlak  $p$  působící na náboj.



Zrychlení  $a =$

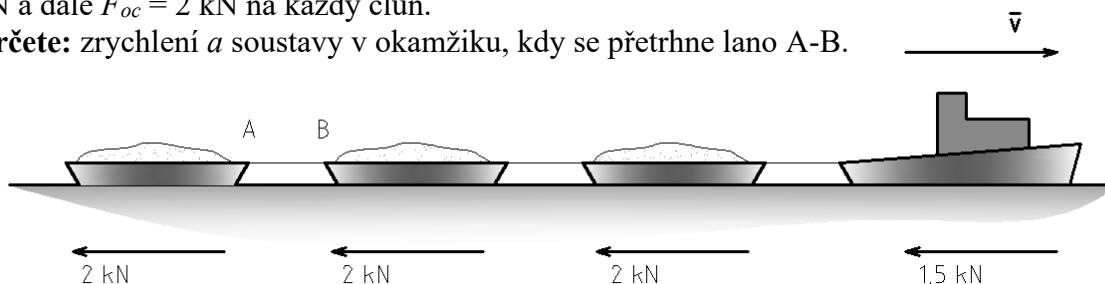
Pohybová rovnice:

Průměrná síla na náboj  $F =$

Tlak  $p =$

**Dáno:** Remorkér o hmotnosti  $m = 12 \text{ t}$  táhne tři vlečné čluny, každý o hmotnosti  $m_c = 30 \text{ t}$ . Při rovnoměrném přímočarém pohybu musí remorkér překonávat vlastní odporovou sílu  $F_o = 1,5 \text{ kN}$  a dále  $F_{oc} = 2 \text{ kN}$  na každý člun.

**Určete:** zrychlení  $a$  soustavy v okamžiku, kdy se přetrhne lano A-B.



Tažná síla remorkéru:  $F =$

Uvolnění lana A-B (obrázek, silové poměry):

Pohybová rovnice:

Zrychlení:  $a =$

**Dáno:** Kladivem o hmotnosti  $m = 1,5 \text{ kg}$  zatlukáme do stěny hřebík. Po každém úderu se hřebík zarazí do stěny o délku  $l = 24 \text{ mm}$ . Kladivo naráží na hřebík rychlostí  $v = 1,33 \text{ m.s}^{-1}$ .

**Určete:** průměrný odpor stěny  $F_o$ . Hmotnost hřebíku neuvažujte.

Druh pohybu, smysl pohybu a zrychlení:

Schéma vnějších a setrvačných sil:

Pohybová rovnice

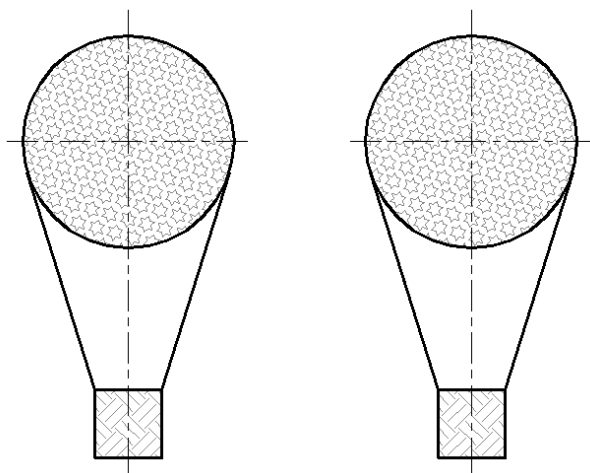
$F_o =$

### 3. PRACOVNÍ LIST – DYNAMIKA

#### POHYBOVÁ ROVNICE HMOTNÉHO BODU 3

**Dáno:** Balón o hmotnosti  $m = 540 \text{ kg}$  klesá svisle dolů se stálým zrychlením  $a_1 = 1,6 \text{ m.s}^{-2}$ .

**Určete:** jakou hmotnost  $m_1$  musí mít závaží, které je potřeba vyhodit z koše balónu, aby se začal pohybovat svisle vzhůru se stálým zrychlením  $a_2 = 0,82 \text{ m.s}^{-2}$ . Nezapomeňte, že jednou z vnějších sil je také vztlaková síla  $F_v$ . Závisejí její velikost na hmotnosti balónu?



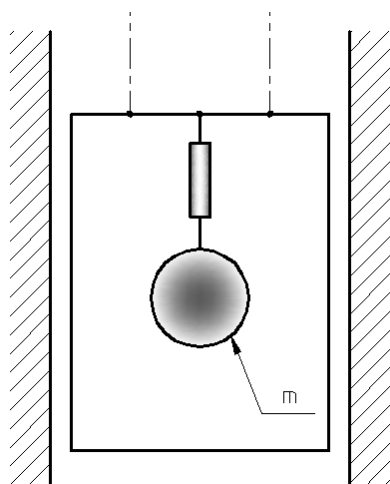
Pohybová rovnice pro klesání (dokreslete síly do schématu):

Pohybová rovnice pro stoupání:

$m_1 =$

**Dáno:** Těleso o hmotnosti  $m = 2 \text{ kg}$  visí na siloměru upevněném ve výtahu, který se pohybuje blíže neurčeným způsobem dolů. Siloměr ukazuje  $20 \text{ N}$ . Tíhové zrychlení je  $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$ .

**Určete:** zrychlení  $a$  výtahu při zanedbání hmotnosti siloměru a druh pohybu výtahu.



Uvolnění tělesa (schéma):

Pohybová rovnice:

$a =$

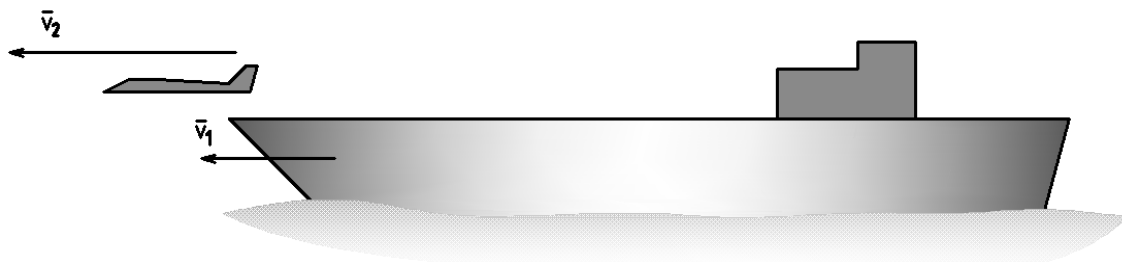
Druh pohybu výtahu:

## 4. PRACOVNÍ LIST – DYNAMIKA

### POHYBOVÁ ROVNICE HMOTNÉHO BODU 4

**Dáno:** Letadlo startuje z letadlové lodi. Tažná síla motorů je  $F_M = 240 \text{ kN}$ , hmotnost letadla je  $m = 30 \text{ t}$ . Loď pluje rychlostí  $v_1 = 40 \text{ km.h}^{-1}$  ve směru startu a letadlo potřebuje pro úspěšný start rychlost  $v_2 = 290 \text{ km.h}^{-1}$ . Vzletové rychlosti dosáhne letadlo za  $t = 2 \text{ s}$ .

**Určete:** potřebnou sílu  $F_K$ , kterou musí vyvinout startovací katapult.



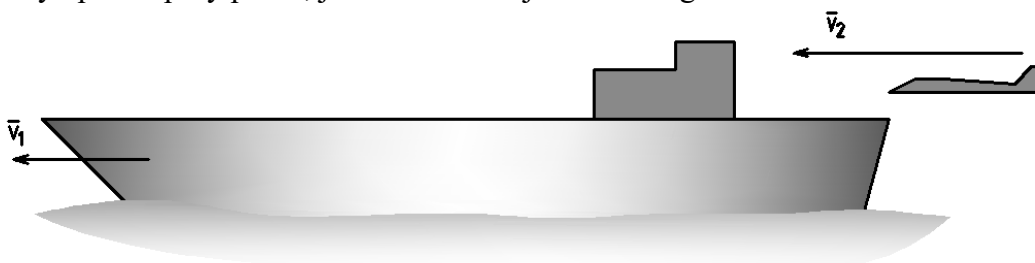
Zrychlení:

Pohybová rovnice:

Síla katapultu:  $F_K =$

**Dáno:** Letadlo o hmotnosti  $m_1 = 30 \text{ t}$  přistává na letadlovou loď. Rychlost letadla je  $v_2 = 200 \text{ km.h}^{-1}$ , rychlost lodi je  $v_1 = 30 \text{ km.h}^{-1}$ . Letadlo na palubě zastaví na dráze  $s = 100 \text{ m}$ .

**Určete:** střední brzdicí sílu  $F$ , která působí na hák letadla při přistání, a sílu  $F_p$ , kterou jsou namáhány upínací pásy pilota, jehož hmotnost je  $m_2 = 80 \text{ kg}$ .



Zrychlení:

Pohybová rovnice letadla:

Síla na hák:  $F =$

Pohybová rovnice pilota:

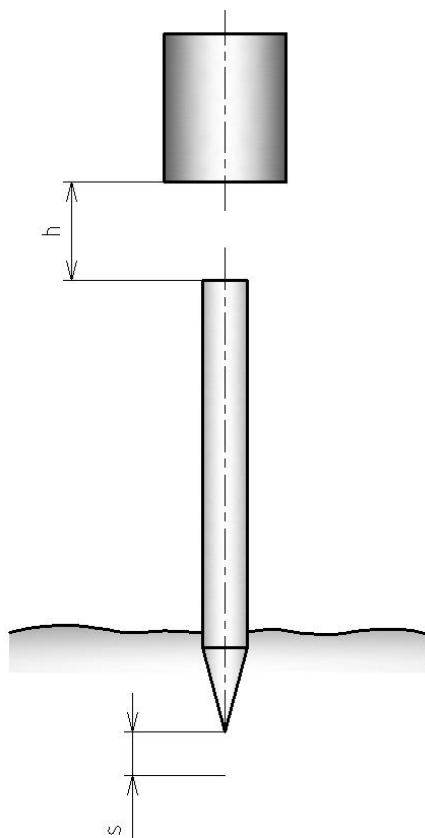
Síla na pásy:  $F_p =$

## 5. PRACOVNÍ LIST – DYNAMIKA

### IMPULS SÍLY A HYBNOST HMOTY 1

**Dáno:** Beranidlem o hmotnosti  $m_1 = 500$  kg zatlukáme pilotu, jejíž hmotnost je  $m_2 = 150$  kg. Beranidlo dopadá z výšky  $h = 2$  m a jedním úderem zatluče pilotu o  $s = 100$  mm do země.

**Určete:** Průměrný odpor zeminy  $F_o$ .

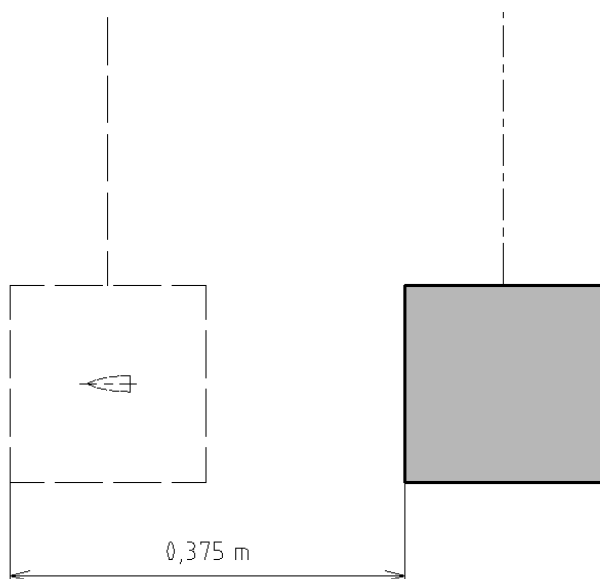


Aplikace zákona zachování hybnosti – výpočet společné rychlosti po nepružném rázu:

Pohyb zpožděný obou těles – d'Alembertův princip:

**Dáno:** Střela z pistole má hmotnost  $m_1 = 0,0033$  kg. Vletí do špalíku o hmotnosti  $m_2 = 2$  kg. Špalík se střelou na dlouhém vlákně kývne za 1 s do vzdálenosti 0,375 m.

**Určete:** rychlost střely.



Zákon zachování hybnosti:

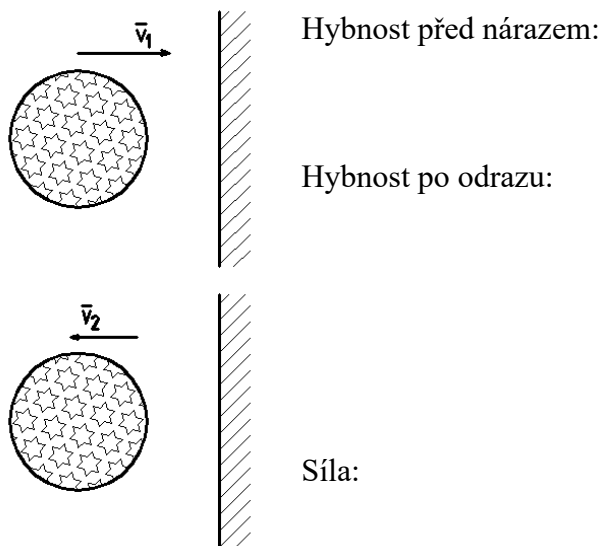
Rychlost střely:

## 6. PRACOVNÍ LIST – DYNAMIKA

### IMPULS SÍLY A HYBNOST HMOTY 2

**Dáno:** Míč o hmotnosti  $m = 0,125 \text{ kg}$  je vržen proti svislé stěně. Rychlost míče před nárazem na stěnu je  $v_1 = 72 \text{ km.h}^{-1}$  a po odrazu  $v_2 = 15 \text{ m.s}^{-1}$ . Míč se dotýkal stěny po dobu  $t = 0,05 \text{ s}$ .

**Určete:** hybnost  $H_0$  míče před nárazem, hybnost  $H$  po odrazu a střední hodnotu síly  $F$ , kterou stěna působila na míč.



**Dáno:** Čtyřnápravový osobní vůz má 26 míst k sezení a 134 míst k stání. Tíha vozu je  $149\,000 \text{ N}$ , průměrná tíha cestujícího je  $700 \text{ N}$ . Za dobu  $t = 13 \text{ s}$  se rozjede plně obsazený vůz z rychlosti  $v_0 = 0$  na rychlost  $v = 36 \text{ km.h}^{-1}$ .

**Určete:** tažnou sílu  $F$  bez zřetele k odporům třením. Porovnejte řešení pomocí impulsu a hybnosti s řešením d' Alembertovým principem.

Schéma:

Řešení pomocí impulsu a hybnosti:

Řešení pomocí d' Alembertova principu:

## 7. PRACOVNÍ LIST – DYNAMIKA

### MECHANICKÁ PRÁCE

**Dáno:** Řezná síla při hoblování je  $F = 3\,650\text{ N}$ . Délka zdvihu je  $l = 730\text{ mm}$ .

**Určete:** jakou práci vykoná nůž za 42 zdvihy.

**Dáno:** Pracovník otáčí klikou zdvihadla, na kterou působí obvodovou silou  $F = 140\text{ N}$ . Rameno kliky má poloměr  $r = 520\text{ mm}$ .

**Určete:** jakou práci vykoná za  $i = 38$  otáček.

**Dáno:** Po vykonání 28 otáček kliky se získá práce  $W = 9200\text{ J}$ .

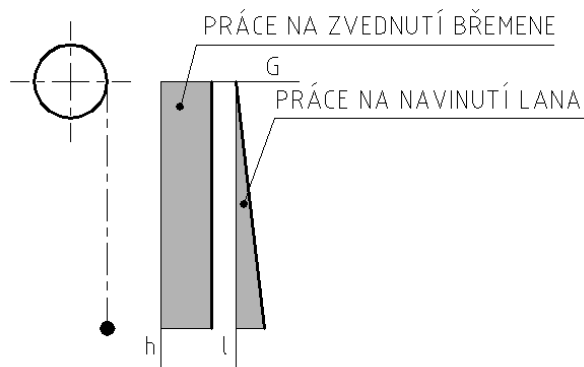
**Určete:** krouticí moment působící na kliku.

**Dáno:** Stlačením pružiny se vykonala práce  $W = 22,3\text{ J}$ . Její tuhost (pružinová konstanta) je  $c = 28\text{ N}\cdot\text{cm}^{-1}$ .

**Určete:** stlačení a působící sílu.

**Dáno:** Lano délky  $l = 5,7\text{ m}$  s břemenem o hmotnosti  $m = 50\text{ kg}$ . Jeden metr lana má hmotnost  $q = 1,63\text{ kg}$ .

**Určete:** práci potřebnou pro zdvižení břemene a navinutí lana.

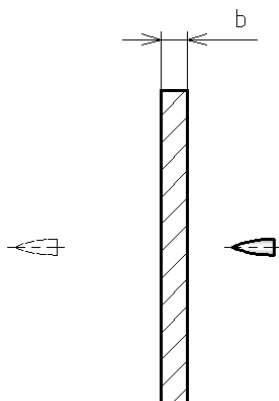


## 8. PRACOVNÍ LIST – DYNAMIKA

### ENERGETICKÁ METODA ŘEŠENÍ ÚLOH 1

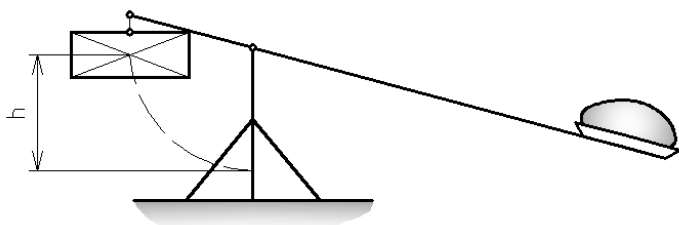
**Dáno:** Střela o hmotnosti  $m = 1,2 \text{ kg}$  narazila na desku o tloušťce  $b = 18 \text{ mm}$  rychlostí  $v_1 = 760 \text{ m.s}^{-1}$ , prorazila ji a pokračovala rychlostí  $v_2 = 236 \text{ m.s}^{-1}$ .

**Určete:** práci  $W$  potřebnou k proražení desky, průměrný odpor desky  $F$  a čas  $t$ , po který byla střela v desce.



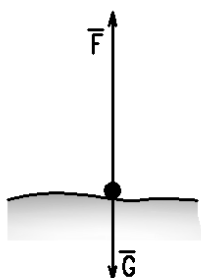
**Dáno:** Středověká balista (obléhač vrhací stroj) vrhne kámen o hmotnosti  $m_1 = 50 \text{ kg}$ . Hnací sílu vyvozuje břemeno (bedna s kamením) o hmotnosti  $m_2 = 3 \text{ t}$ , jejíž těžiště klesne o  $h = 2,25 \text{ m}$ . Účinnost balisty je 30 %.

**Určete:** rychlost  $v$ , jakou udělí balista kameni.



**Dáno:** Meteorit o hmotnosti  $m = 3,6 \text{ kg}$  dopadl na zem kolmo a pronikl do hloubky  $h = 1,2 \text{ m}$ . Půda kladla průměrný odpor  $F = 23\,000 \text{ N}$ .

**Určete:** energetickou metodou dopadovou rychlost a kinetickou energii při dopadu. Alternativně řešte d' Alembertovým principem.

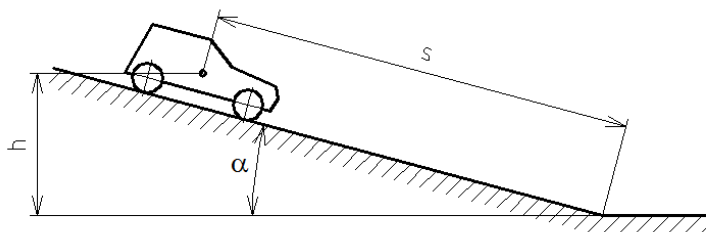


## 9. PRACOVNÍ LIST – DYNAMIKA

### ENERGETICKÁ METODA ŘEŠENÍ ÚLOH 2

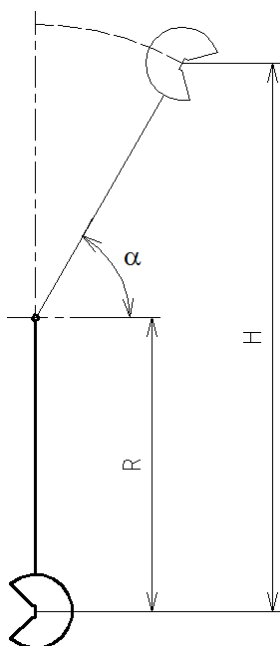
**Dáno:** Odbrzděný automobil se rozjíždí vlastní tíhou  $G = 10\,750\text{ N}$  dolů po svahu, jehož délka je  $s = 63\text{ m}$ . Po projetí svahu dosáhne rychlosti  $v_2 = 59\text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ .

**Určete:** sklon svahu a rychlost  $v_1$  v polovině svahu. Řešte energetickou metodou, tření neuvažujte.



**Dáno:** Charpyho kladivo pro zkoušku rázem v ohybu. Maximální energie kladiva je  $E = 300\text{ J}$ , poloměr rotace  $R = 1\text{ m}$  a úhel v horní poloze  $60^\circ$ .

**Určete:** hmotnost kladiva  $m$  a rychlost v dolní poloze před kontaktem se vzorkem. Kladivo řešte jako hmotný bod na nehmotné tyči.

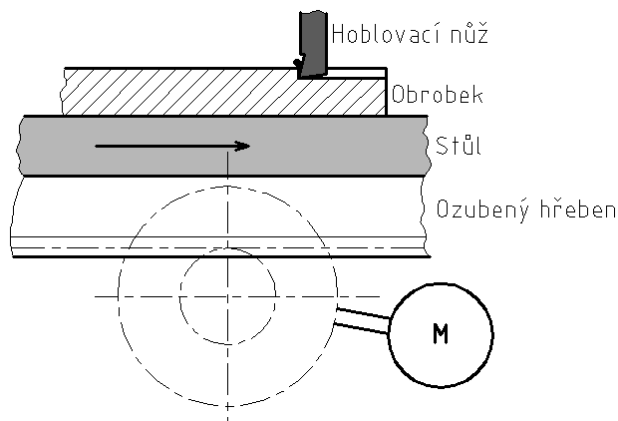


## 10. PRACOVNÍ LIST – DYNAMIKA

### VÝKON, PŘÍKON, ÚČINNOST 1

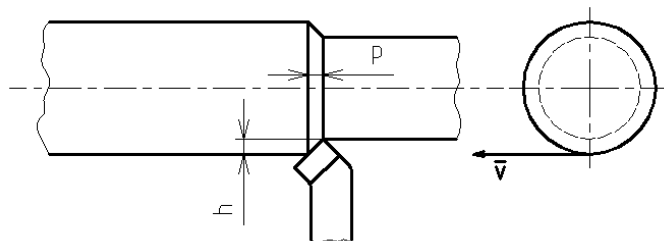
**Dáno:** Hoblovka je poháněna elektromotorem o výkonu  $P_M = 8 \text{ kW}$ . Řezná rychlost je  $v = 10 \text{ m} \cdot \text{min}^{-1}$ . Celková účinnost stroje je 70 %.

**Určete:** velikost řezné síly  $F$ .



**Dáno:** Při hrubování na soustruhu se obrábí řeznou rychlostí  $v = 40 \text{ m} \cdot \text{min}^{-1}$ , posuv na otáčku je  $p = 1 \text{ mm}$  a hloubka třísky  $h = 4 \text{ mm}$ . Měrný řezný odpor (tzn. síla na  $1 \text{ mm}^2$  průřezu třísky) je  $\sigma = 1500 \text{ MPa}$ .

**Určete:** teoretický výkon soustruhu  $P$ .



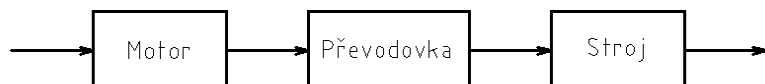
Průřez třísky:

Řezná síla:

Výkon:

**Dáno:** Pohon stroje je realizován motorem a převodovkou. Krouticí moment motoru je  $M_{kM} = 1000 \text{ Nm}$ , otáčky motoru  $n_M = 1500 \text{ min}^{-1}$ . Účinnost motoru je 98 %, účinnost převodovky je 96 % a účinnost stroje je 94 %.

**Určete:** potřebný příkon motoru a výkon pracovního stroje.

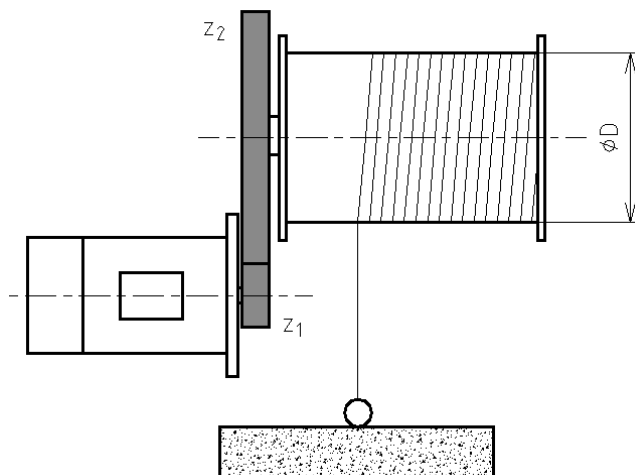


## 11. PRACOVNÍ LIST – DYNAMIKA

### VÝKON, PŘÍKON, ÚČINNOST 2

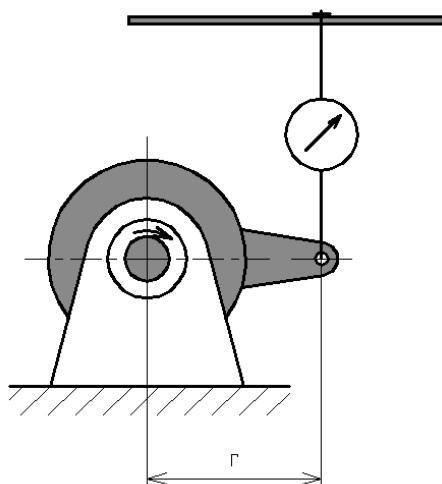
**Dáno:** Navíjedlo má zvedat břemeno o hmotnosti  $m = 40$  kg. Buben o průměru  $D = 40$  cm je poháněn elektromotorem přes soukolí s počty zubů  $z_1 = 80$ ,  $z_2 = 320$ . Otáčky motoru jsou  $n_1 = 10$  s<sup>-1</sup>. Účinnost navíjedla je 75 %.

**Určete:** krouticí moment a výkon elektromotoru.



**Dáno:** Výkon vznětového motoru je měřen brzděním. Rameno brzdy délky  $r = 0,6$  m je spojeno s měřicím zařízením, které ukazuje sílu  $F = 500$  N. Otáčky motoru jsou v daný okamžik  $n = 1800$  min<sup>-1</sup>.

**Určete:** výkon motoru.



**Dáno:** Elektromotor o výkonu  $P = 7,4$  kW koná  $n = 1050$  min<sup>-1</sup>. Řemenem se má přenášet obvodová síla  $F = 500$  N.

**Určete:** Průměr řemenice  $D$ .

## 12. PRACOVNÍ LIST – DYNAMIKA

### POHYB HMOTNÉHO BODU PO KRUŽNICI, ODSŘEDIVÁ SÍLA 1

**Dáno:** Nákladní automobil o hmotnosti  $m = 5 \text{ t}$  projíždí zatáčkou o poloměru  $r = 50 \text{ m}$ . Součinitel tření mezi koly a vozovkou je  $f = 0,3$ .

**Určete:** rozhodněte, zda je rychlost  $72 \text{ km.h}^{-1}$  bezpečná z hlediska smyku.

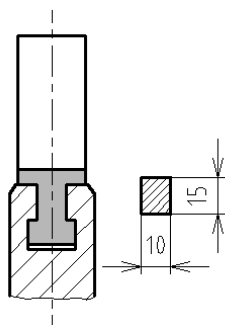


Silové poměry v zatáčce:

Pohybová rovnice:

**Dáno:** Lopatka parní turbíny má hmotnost  $m = 0,08 \text{ kg}$ . Turbína má otáčky  $n = 3\,000 \text{ min}^{-1}$ . Těžiště lopatky rotuje na průměru  $D = 0,6 \text{ m}$ .

**Určete:** napětí v nožce lopatky. Nožka má průřez obdélníka o rozměrech  $a \times b = 10 \times 15 \text{ mm}$ .

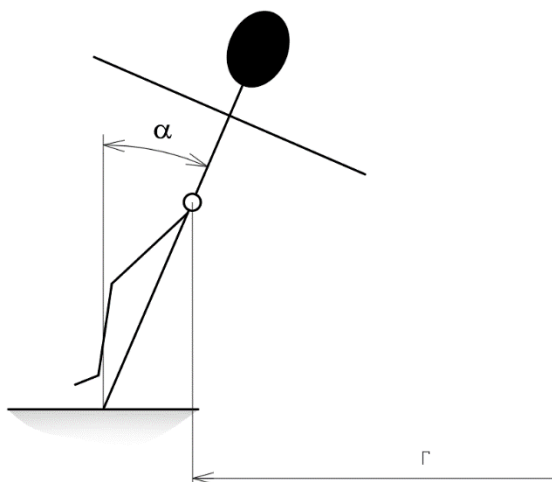
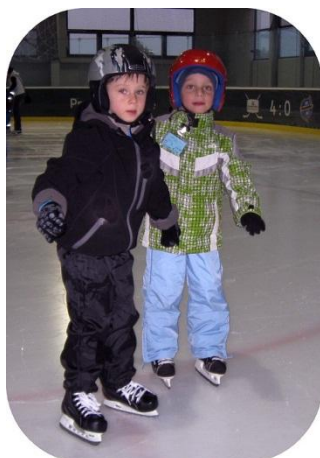


Odsředivá síla:  $F_c =$

Napětí v tahu:  $\sigma_t =$

**Dáno:** Bruslař opisuje oblouk o poloměru  $r = 2 \text{ m}$  rychlostí  $v = 10,8 \text{ km.h}^{-1}$ .

**Určete:** o jaký úhel se musí vychýlit ze svislého směru. Zakreslete silové poměry.

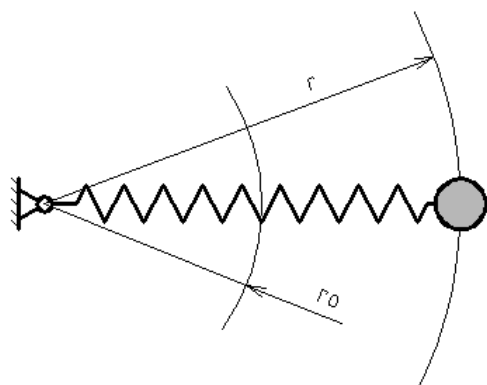


### 13. PRACOVNÍ LIST – DYNAMIKA

#### POHYB HMOTNÉHO BODU PO KRUŽNICI, ODSŘEDIVÁ SÍLA 2

**Dáno:** Hmotný bod o hmotnosti  $m = 1,3 \text{ kg}$  je upevněn na konec pružiny a rotuje ve vodorovné rovině s otáčkami  $n = 350 \text{ min}^{-1}$ . Nezatížená pružina má délku  $r_0 = 0,15 \text{ m}$  a její tuhost (pružinová konstanta) je  $c = 35 \text{ N.cm}^{-1}$ .

**Určete:** poloměr  $r$ , po němž se hmotný bod pohybuje. Vliv tíhy neuvažujte.



Uvolnění hmotného bodu:

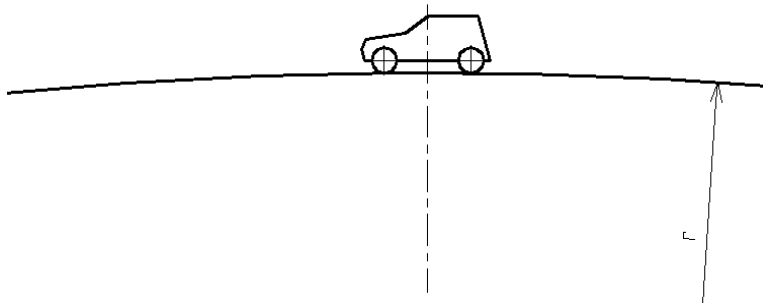


Rovnice ve směru normály:

$r =$

**Dáno:** Automobil o hmotnosti  $m = 1\,500 \text{ kg}$  přejíždí rychlostí  $v = 41 \text{ km.h}^{-1}$  vypuklý most s poloměrem křivosti  $r = 62 \text{ m}$ .

**Určete:** jaká síla  $N$  působí mezi automobilem a mostem na vrcholu.



**Dáno:** Motocyklista přejíždí nerovnost, jejímž profilem je kružnice o poloměru křivosti  $r = 17 \text{ m}$ . Hmotnost motocyklu s jezdce je  $m = 220 \text{ kg}$ .

**Určete:** maximální rychlost, kterou může motocyklista jet, aniž by ztratil kontakt s vozovkou.



Silové poměry:

Rovnice ve směru normály:

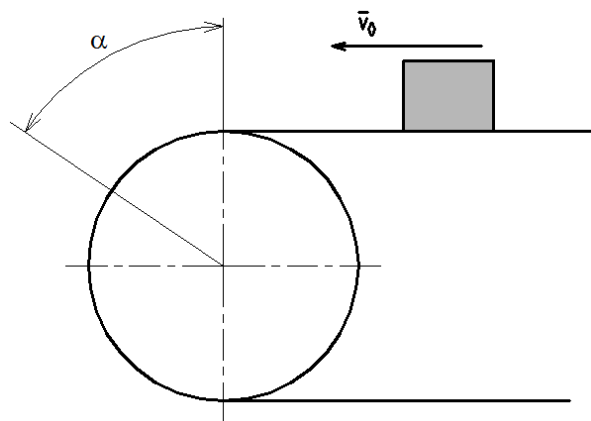
$v_{max} =$

## 14. PRACOVNÍ LIST – DYNAMIKA

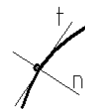
### POHYB HMOTNÉHO BODU PO KRUŽNICI, ODSŘEDIVÁ SÍLA 3

**Dáno:** Malé těleso se pohybuje po pásovém dopravníku. Rychlost dopravního pásu je  $v_0 = 1 \text{ m.s}^{-1}$ , poloměr bubnu je  $r = 0,3 \text{ m}$ .

**Určete:** úhel, při němž těleso opustí buben dopravníku při zanedbání tření.



Uvolnění tělesa:



Vnější síly:

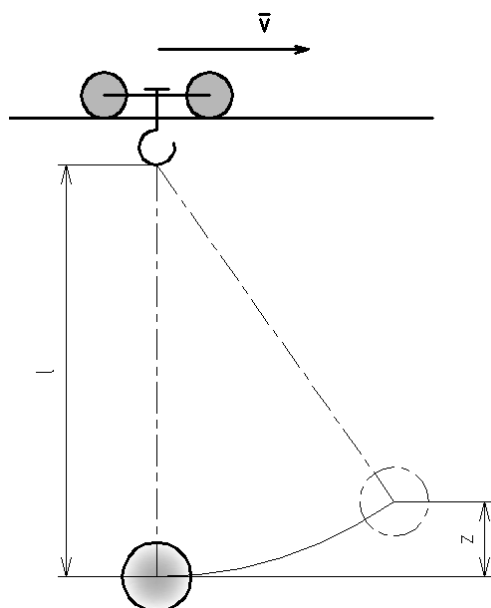
Setrvačné síly:

Rovnice ve směru tečny:

Rovnice ve směru normály:

**Dáno:** Jeřábový vozík s břemenem malých rozměrů zavěšeným na laně o délce  $l = 5 \text{ m}$  se náhle zastaví při rychlosti pojezdu  $2 \text{ m.s}^{-1}$ .

**Určete:** vzdálenost  $x$ , do jaké se vychýlí břemeno následkem setrvačnosti.  
(Pomůcka - uplatněte zákon zachování mechanické energie).

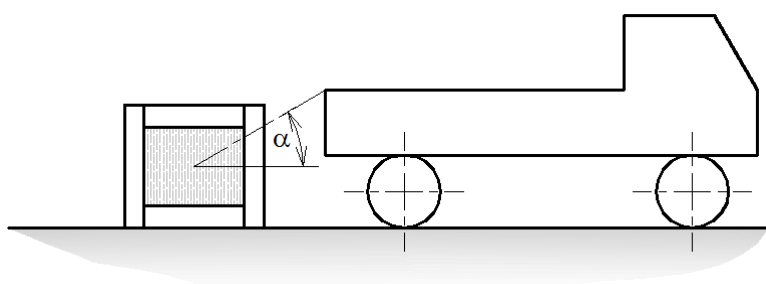


## 15. PRACOVNÍ LIST – DYNAMIKA

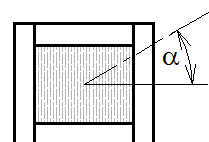
### VÁZANÝ POHYB HMOTNÉHO BODU A POSUVNÝ POHYB TĚLESA 1

**Dáno:** Nákladní automobil má posunout břemeno o hmotnosti 250 kg. Součinitel tření mezi břemenem a zemí je  $f = 0,4$ . Úhel lana  $\alpha = 30^\circ$ .

**Určete:** tažnou sílu  $F$ , jestliže automobil smí dosáhnout rychlosti  $v = 10 \text{ km.h}^{-1}$  na dráze  $s = 4 \text{ m}$ .



Uvolnění břemene (zakreslete síly):



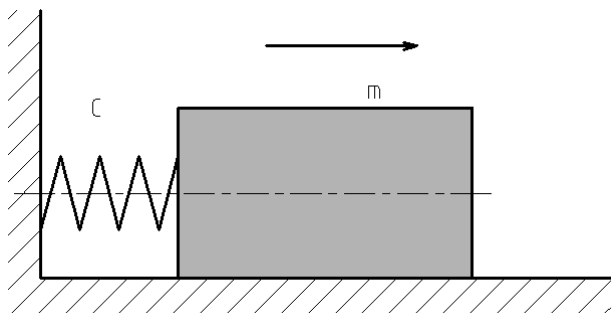
Pohybová rovnice:

Výpočet zrychlení:

Síla  $F$ :

**Dáno:** Těleso o hmotnosti  $m = 3,5 \text{ kg}$  přitlačuje ke stěně pružinu s tuhostí  $c = 2,7 \text{ N.cm}^{-1}$ . pružina je stlačena o  $x = 100 \text{ mm}$ . Součinitel tření mezi tělesem a podložkou je  $f = 0,2$ .

**Určete:** okamžitou hodnotu zrychlení tělesa po uvolnění pružiny.



Uvolnění tělesa:



Pohybová rovnice, podmínka rovnováhy a zákon smykového tření:

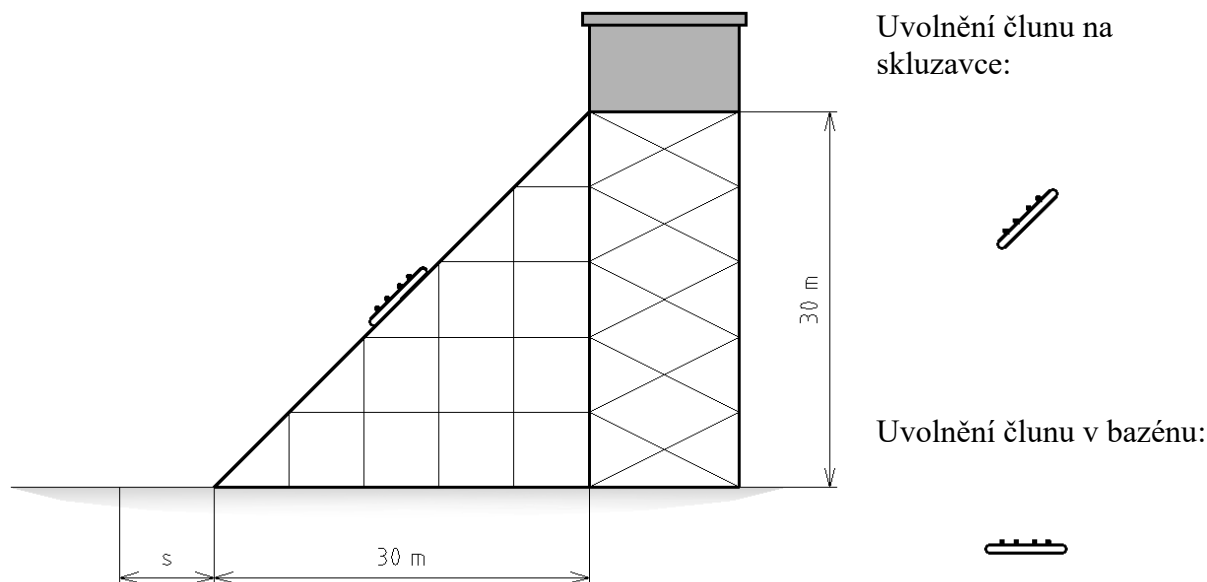
Zrychlení  $a$ :

## 16. PRACOVNÍ LIST – DYNAMIKA

### VÁZANÝ POHYB HMOTNÉHO BODU A POSUVNÝ POHYB TĚLESA 2

**Dáno:** V aquaparku je skluzavka, po níž účinkem vlastní tíhy sjíždí člun o hmotnosti  $m = 362$  kg, který dále pokračuje po vodorovné hladině bazénu. Odporová síla na skluzavce je  $F_{r1} = 130$  N, v bazénu má velikost  $F_{r2} = 360$  N.

**Určete:** okamžitou rychlost člunu ve chvíli, kdy urazí v bazénu vzdálenost  $s = 1,52$  m.



a) pohybová rovnice pro skluzavku:

Rychlost na konci skluzavky

b) pohybová rovnice pro bazén:

Zpoždění:

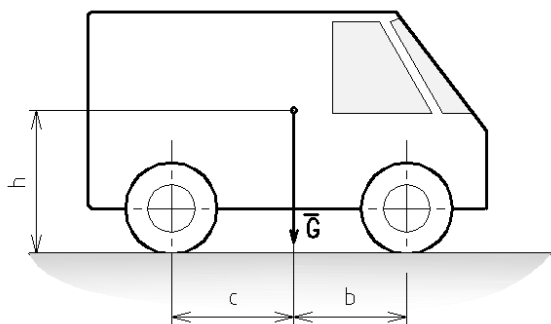
Rychlost ve vzdálenosti  $s$ :

## 17. PRACOVNÍ LIST – DYNAMIKA

### VÁZANÝ POHYB HMOTNÉHO BODU A POSUVNÝ POHYB TĚLESA 3

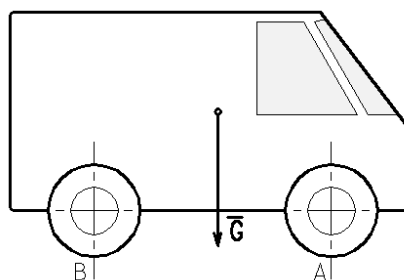
**Dáno:** Automobil má hmotnost  $m = 2\,300\text{ kg}$  a jede rychlostí  $v = 44\text{ km.h}^{-1}$ . Náhle musí prudce brzdit, takže se všechna kola zablokují a automobil se počne smýkat. Součinitel tření je  $f = 0,3$ . Rozměry:  $h = 1,2\text{ m}$ ,  $c = 1\text{ m}$ ,  $b = 1,2\text{ m}$ .

**Určete:** brzdnou dráhu  $s$  automobilu a velikosti svislých složek vazbových sil v bodech A, B ( $F_{NA}$ ,  $F_{NB}$ ).



Pohybová rovnice:

Uvolnění automobilu:



Podmínky rovnováhy:

Výpočet zrychlení:

Dráha  $s$ :

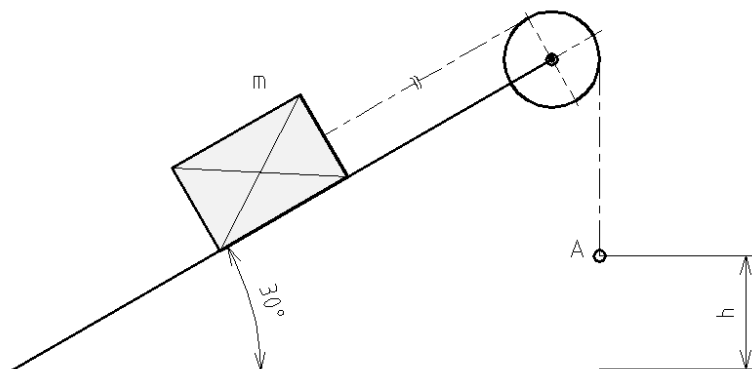
Síly  $F_{NA}$ ,  $F_{NB}$ :

## 18. PRACOVNÍ LIST – DYNAMIKA

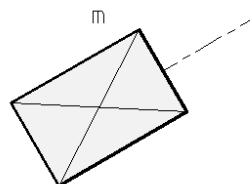
### VÁZANÝ POHYB HMOTNÉHO BODU A POSUVNÝ POHYB TĚLESA 4

**Dáno:** Těleso o hmotnosti  $m = 5 \text{ kg}$  se pohybuje po nakloněné rovině. Součinitel tření  $f = 0,2$ .

**Určete:** svislou sílu  $F$ , která bude působit v bodě A tak, aby z klidu klesl do hloubky  $h = 2 \text{ m}$  za  $t = 5 \text{ s}$ . Setrvačnost kladky neuvažujte.



Uvolnění tělesa:



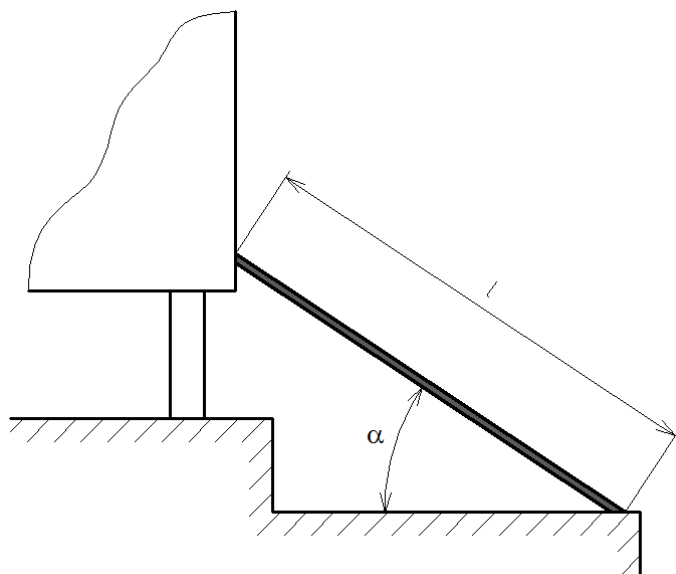
Pohybová rovnice:

Zrychlení:

Síla  $F$ :

**Dáno:** Na železniční rampě se vykládá uhlí z vagónů šikmým žlabem o délce  $l = 12 \text{ m}$ . Součinitel tření mezi uhlím a žlabem je  $f = 0,404$ .

**Určete:** úhel sklonu žlabu  $\alpha$ , jestliže rychlost na konci žlabu nemá překročit hodnotu  $5 \text{ m.s}^{-1}$ .



Uvolnění tělesa (uhlí):



Výpočet zrychlení:

Pohybová rovnice:

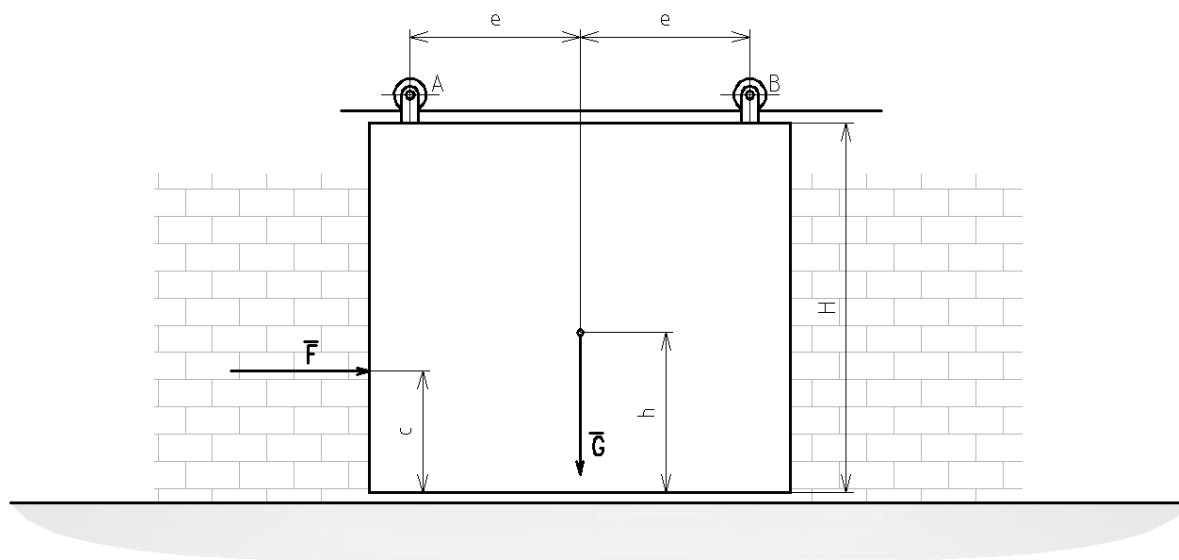
Výpočet úhlu (návod: použijte vzorec  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ ):

## 19. PRACOVNÍ LIST – DYNAMIKA

### VÁZANÝ POHYB HMOTNÉHO BODU A POSUVNÝ POHYB TĚLESA 5

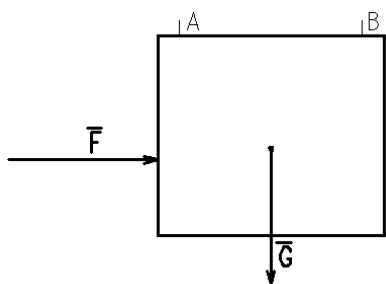
**Dáno:** Posuvná vrata mají hmotnost  $m = 210$  kg. Rozměry jsou:  $H = 3,2$  m,  $h = 1,5$  m,  $e = 1,2$  m,  $c = 1,2$  m.

**Určete:** sílu  $F$ , která je potřebná pro posun vrat o vzdálenost  $s = 2,6$  m za dobu  $t = 4$  s a vazbové síly v bodech A, B. Odpory neuvažujte.



Uvolnění vrat:

Pohybová rovnice:



Výpočet zrychlení:

Výpočet síly z pohybové rovnice:

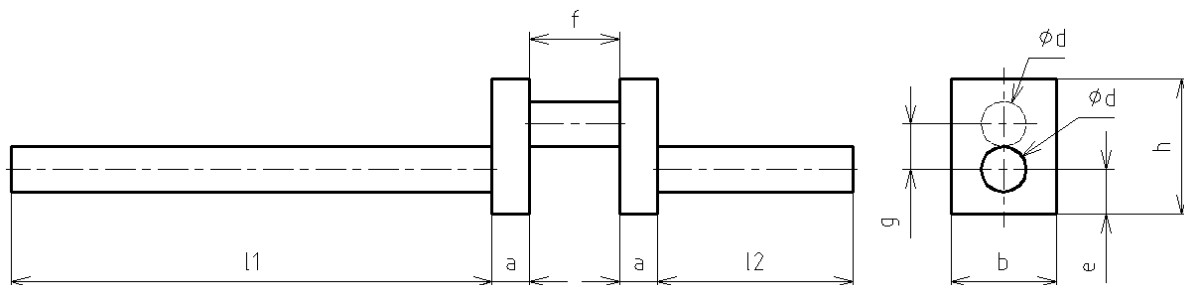
Výpočet vazbových sil:

## 20. PRACOVNÍ LIST – DYNAMIKA

### DYNAMIKA ROTAČNÍHO POHYBU 1

**Dáno:** Ocelový klikový hřídel o rozměrech:  $l_1 = 320$  mm,  $l_2 = 130$  mm,  $a = 25$  mm,  $b = 70$  mm,  $h = 90$  mm,  $d = e = 30$  mm,  $f = 60$  mm,  $g = 30$  mm.

**Určete:** moment setrvačnosti k ose rotace.



Momenty setrvačnosti jednotlivých částí:

Moment setrvačnosti klikového hřídele:

**Dáno:** Válec válcovací stolice na plech má průměr  $D = 800$  mm a délku  $l = 3\,000$  mm. Hustota oceli je  $\rho = 7\,850$  kg.m<sup>-3</sup>.

**Určete:** hmotnost válce, moment setrvačnosti k ose rotace, kinetickou energii při otáčkách  $n = 36$  min<sup>-1</sup> a úhlové a tečné zrychlení, jestliže se válec roztočí za  $t = 1,5$  s na uvedené otáčky, a potřebný hnací moment.

Hmotnost válce:

Moment setrvačnosti:

Rotační energie:

Úhlové a tečné zrychlení:

Pohybová rovnice a hnací moment:

## 21. PRACOVNÍ LIST – DYNAMIKA

### DYNAMIKA ROTAČNÍHO POHYBU 2

**Dáno:** Setrvačnick je řešen jako věnec s rameny a nábojem. Ramena a náboj zvětší moment setrvačnosti věnce přibližně o 10 %. Hmotnost věnce je  $m_v = 2\,500\text{ kg}$ , střední poloměr  $R = 1,4\text{ m}$ , hmotnost náboje a ramen je  $m_1 = 0,33m_v$ , počáteční otáčky setrvačnicku jsou  $n = 175\text{ min}^{-1}$ .

**Určete:** za jakou dobu  $t$  se setrvačnick zastaví vlivem čepového tření ( $f_{\xi} = 0,015$ ,  $r_{\xi} = 80\text{ mm}$ ).  
(Pozn.: Obecný vztah pro moment čepového tření je  $M_{\xi} = F \cdot r_{\xi} \cdot f_{\xi}$ ).

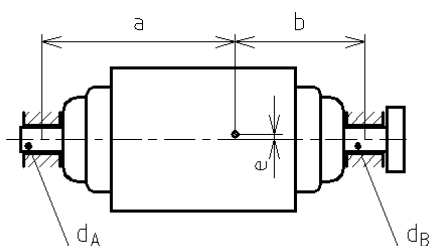
Pohybová rovnice:

Výpočet úhlového zrychlení:

Výpočet času:

**Dáno:** Kotva elektromotoru o výkonu  $15\text{ kW}$  má hmotnost  $m = 100\text{ kg}$ . Moment setrvačnosti je  $I_o = 1,625\text{ kg.m}^2$ . Otáčky motoru jsou  $n = 750\text{ min}^{-1}$ . Průměry čepů  $d_A = 50\text{ mm}$ ,  $d_B = 60\text{ mm}$ ,  $a = 400\text{ mm}$ ,  $b = 300\text{ mm}$ .

**Určete:** součinitel čepového tření, jestliže dokonale vyvážená kotva po vypnutí proudu učiní ještě  $i = 835$  otáček do zastavení, a největší a nejmenší síly v ložiskách, je-li výstřednost nevyvážené kotvy  $e = 0,3\text{ mm}$ .



Pohybová rovnice:

Výpočet momentu čep. tření:

Součinitel  $f_{\xi}$ :

Rotační energie:

Podmínky rovnováhy, vazbové síly v ložiskách:

## 22. PRACOVNÍ LIST – DYNAMIKA

### DYNAMIKA ROTAČNÍHO POHYBU 3

**Dáno:** Setrvačnický válcovací stolice má hmotnost  $m = 20 \text{ t}$  a moment setrvačnosti  $I_o = 115\,250 \text{ kg.m}^2$ .

**Určete:** kinetickou energii při otáčkách  $n_1 = 100 \text{ min}^{-1}$ , průměrný výkon, který setrvačnický vydá při válcování, které trvá  $t = 10 \text{ s}$  a otáčky klesnou o 20 %, a moment, který zvýší otáčky za 10 s na původní hodnotu.

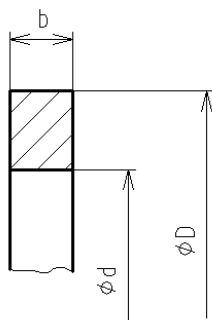
Rotační energie:

Práce a výkon:

Moment:

**Dáno:** U těžního stroje poháněného elektromotorem se během pauzy akumuluje energie do setrvačnicku. Ten ji během pracovního zdvihu odevzdává zpět (možnost použití slabšího elektromotoru). Věnc setrvačnicku má rozměry:  $D = 4\,000 \text{ mm}$ ,  $d = 3\,000 \text{ mm}$ ,  $b = 800 \text{ mm}$ , hustota ocelového odlitku je  $\rho = 7\,850 \text{ kg.m}^{-3}$ .

**Určete:** hmotnost věnce setrvačnicku, moment setrvačnosti setrvačnicku, jestliže náboj a ramena zvětší moment setrvačnosti věnce o 10 %, práci, kterou vykoná setrvačnický, jestliže při pracovním chodu klesnou otáčky z  $n_1 = 360 \text{ min}^{-1}$  na  $n_2 = 333 \text{ min}^{-1}$ , a průměrný výkon potřebný k tomu, aby během pauzy dlouhé 45 s otáčky stouply na  $360 \text{ min}^{-1}$ .



Hmotnost věnce setrvačnicku:

Moment setrvačnosti:

Práce:

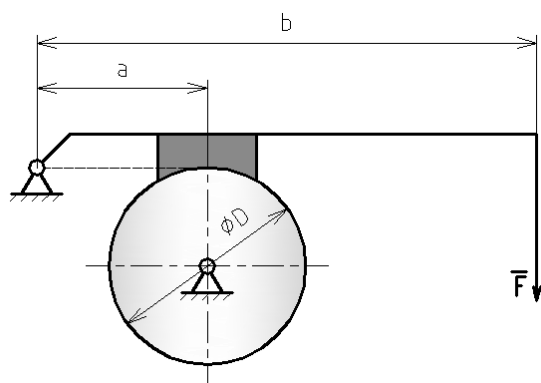
Průměrný výkon:

## 23. PRACOVNÍ LIST – DYNAMIKA

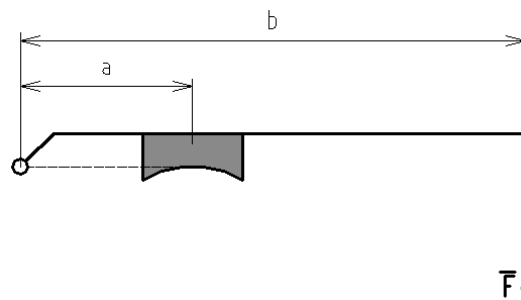
### DYNAMIKA ROTAČNÍHO POHYBU 4

**Dáno:** Hřídel, jehož otáčky jsou  $n_0 = 220 \text{ min}^{-1}$ , zabrzdíme jednočelist'ovou brzdou. Hřídel se zastaví po  $i = 18$  otáčkách. Průměr bubnu je  $D = 720 \text{ mm}$ , rozměry páky jsou  $a = 0,23 \text{ m}$ ,  $b = 1,6 \text{ m}$ . Součinitel smykového tření je  $f = 0,47$ . Moment setrvačnosti bubnu s hřídelem je  $I_o = 54 \text{ kg.m}^2$ .

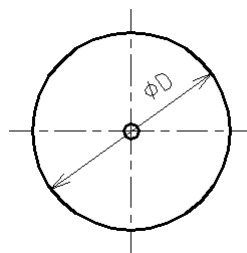
**Určete:** sílu  $F$  na páce brzdy.



Uvolnění páky, podmínka rovnováhy:



Uvolnění bubnu, pohybová rovnice:



Zákon smykového tření:

Moment setrvačnosti bubnu:

Řešení neznámé síly:

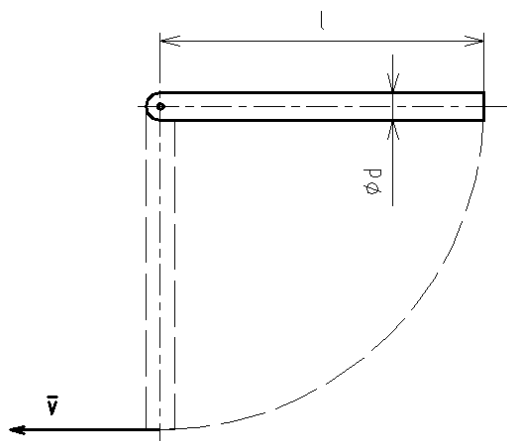
## 24. PRACOVNÍ LIST – DYNAMIKA

### DYNAMIKA ROTAČNÍHO POHYBU 5

**Dáno:** Homogenní ocelová tyč o délce  $l = 1\,720$  mm a průměru  $d = 24$  mm se může volně otáčet kolem koncového bodu. Z klidové vodorovné polohy kývne vlastní tíhou do polohy svislé.

**Určete:** jakou rychlost bude mít volný konec tyče při průchodu svislou polohou.

(Pozn.: využijte zákona zachování mechanické energie. Změna polohové energie je dána změnou polohy těžiště tělesa).



Výpočet momentu setrvačnosti tyče k ose otáčení:

Zákon zachování mech. energie:

Rychlost:

**Dáno:** Setrvačnický čerpadlo má moment setrvačnosti  $I_o = 1\,075$  kg.m<sup>2</sup>. Čerpadlo vytlačuje za 1 min 1 400 litrů vody do výše  $H = 100$  m, koná otáčky  $n = 130$  min<sup>-1</sup> a má účinnost 0,84.

**Určete:** Výkon a příkon čerpadla při provozu a kolik litrů vody čerpadlo vytlačí setrvačností, spadne-li hnací řemen.

Výkon a příkon čerpadla:

Vyjádření účinnosti čerpadla (vztah mezi energií setrvačnicku a prací potřebnou k vytlačení vody):

Výpočet hmotnosti vody: