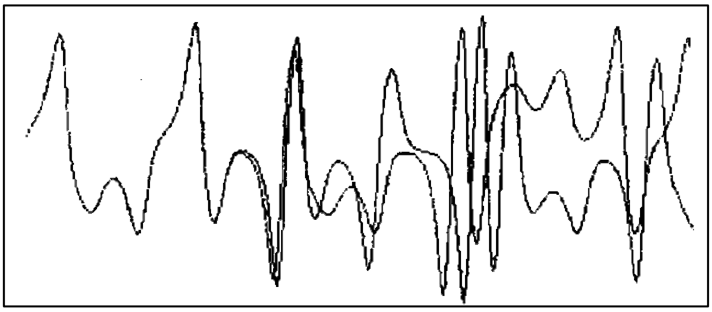
Inteligent ovládá chaos

Jistě znáte i první část tohoto úsloví – pořádek je pro víte koho… Ovšem náš chaos je pojmem, který zahýbal vědou konce 20. století. V tomto exkursu – mém malém občasném odbočení ze světa techniky do vod teoretické vědy se podívám na fenomén nazývaný „chaos“, což je, uznejte sami, lákavější než „kontinuální variabilita a neperiodičnost nelineárních dynamických systémů“ (a což jsem, připouštím, trochu přehnal). Objev těchto zákonitostí úzce souvisí s rozvojem výpočetní techniky, protože vyžadoval numerické zpracování velkého množství dat.

Abych postihl podstatu jedním článkem, vybral jsem několik základních pojmů, které s chaosem souvisejí: **motýlí efekt, bifurkace, fraktál, Lorenzův atraktor a univerzalita**. Pokud nebudu zcela srozumitelný, je to tím, že do popisované problematiky dosud dostatečně nevidím, nejsemť já matematik, ani teoretický fyzik. Ale když si pustíte Spielbergův Jurský park, zjistíte, jak se dá na teorii chaosu elegantně „balit“ něžné pohlaví. Stačí k tomu kapka vody stékající po dívčí ruce…

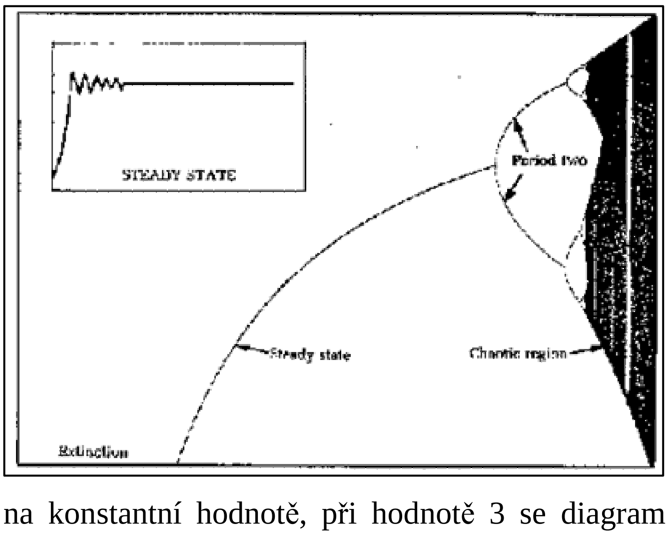
Motýlí efekt



Počátkem 60. let americký meteorolog Edward Lorenz zkoušel simulovat pomocí počítače vývoj počasí, ale když zadal počáteční podmínky podle dílčích výsledků určitého výpočtu, vývoj počasí nepokračoval podle jeho rovnic ani přibližně stejně – malá odchylka se zvětšovala do gigantických rozměrů (obr.). Příčinou byl nepatrný rozdíl mezi hodnotou v paměti počítače a zaokrouhleným výsledkem zadávaným „z papíru“ (rozdíl na 4. desetinném místě). Lorenz si uvědomil, že existuje citlivá závislost na počátečních podmínkách, nazývaná dnes „motýlí efekt“ (mávnutí motýlího křídla způsobí drobnou změnu v atmosféře, jejímž důsledkem může po čase být vichřice). Analogii nalezneme naprosto všude, to jen idealizující „školská“ fyzika nás učí tuto citlivou závislost nevidět (což jí nevytýkám, na zajíce také nechodíme s kanónem, ale s přiměřenou zbraní).

Bifurkační diagram

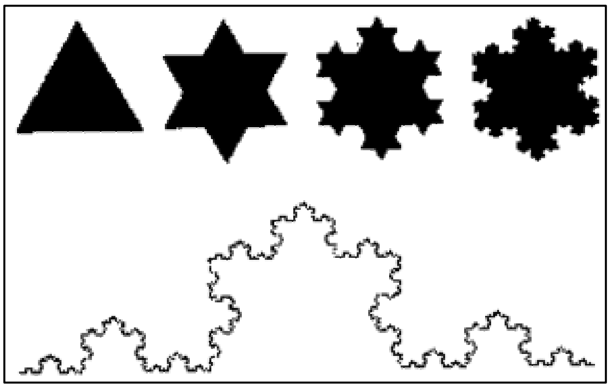
Podobný problém trápil i biology a ekology. Jednalo se o předpovídání budoucích stavů populace živočichů. Tato populace nebude rovnoměrně růst. Projevuje se tu nedostatek potravy v daném prostředí, predátoři aj. Nejjednodušší rovnice popisující vývoj může vypadat následovně: $X_{n+1} = rX_n(1-X_n)$. Slovně: *„populace následujícího roku = růstový parametr (plodnost, teplo, tření, jak co kdy) * letošní populace * (1 – letošní populace)“*. Nadšenci ji mohou „prohnat“ tabulkovým kalkulátorem a uvidí zajímavé věci. Populace je vyjádřena číslem mezi 0 (vyhynutí) a 1 (maximum). Biolog a fyzik Robert May rovnici zkoumal počátkem 70. let s kalkulačkou a zjistil, že při nízkých hodnotách parametru se populace ustálí na konstantní hodnotě, při hodnotě 3 se diagram vývoje populace rozdělí na dvě větve (bifurkace), totiž neustálí se na jediné hodnotě, toto



zdvojení se zopakuje a konečně při vysokých hodnotách nastává nepředpověditelný chaos (obr.). I v něm se však pravidelně vracejí stabilní cykly a bifurkace! Matematik James Yorke dokázal, že pokud se v libovolném jednorozměrném systému objeví cyklus s periodou 3, bude vykazovat pravidelné cykly větší délky a zcela chaotické úseky. Jeho článek „Perioda tři znamená chaos“ dal s trochou zjednodušení jevu jméno.

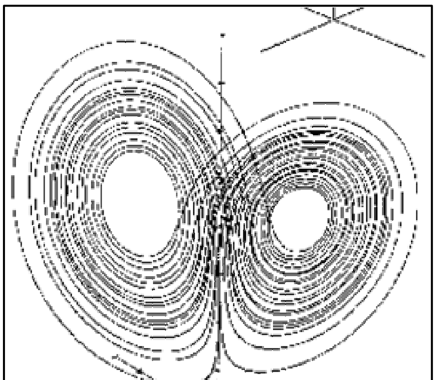
Fraktál, aneb jak na konečné nekonečno

Matematik Benoit Mandelbrot pracující pro IBM „fušoval“ do ekonomiky a zkoumal vývoj zisků a cen. Neustálý přísun čísel byl ideálním zdrojem dat. Když data prošla počítačem, matematik zjistil, že čísla, která byla z pohledu Gaussových křivek normálního rozdělení odchylkami, měla určitou strukturu; křivky denních a měsíčních změn si odpovídaly, posloupnost změn nezávisela na měřítku, a to včetně takových vlivů, jakými byly světové války. Rýsoval se objev nových zákonů. Toto odhalení „sebepodobnosti“ jevů a její další podrobné zkoumání (výzkum přenosového šumu v telefonních linkách) přivedlo Mandelbrota k novému pojmu, jímž byla fraktálová struktura, „cesta k nekonečnu v konečnosti“ a také cesta k tomu, jak VELMI jednoduše popsat VELMI složitý systém. Tato struktura vyjadřuje vnitřní podobnost – jakákoli část odpovídá celku. Klasickou fraktálovou strukturou je Kochova vločka (obr.) – neustálé přidávání trojúhelníků plodí obvod nekonečné délky ohraničující konečnou plochu. Asi vás napadne, že fraktálovou strukturu má i bifurkační diagram. V praxi použitý fraktálový popis se uplatnil v geodézii, metalurgii (fraktálová dimenze povrchu kovu odpovídá jeho pevnosti), popisu elektronických spojů, fraktálovou stavbu má i lidské tělo, rostliny, princip změnil náš pohled na vznik turbulence v tekutině, podrobnosti se však dalece vymykají článku.



Lorenzův atraktor

Anglické sloveso to attract znamená přitahovat. Atraktorem je stav, k němuž systém směřuje. Ve dvourozměrném fázovém prostoru, jehož souřadnice vyjadřují polohu i rychlost, skončí např. volně puštěné kyvadlo v bodě – souřadnice polohy 0, rychlost 0. Chaotický systém neprojde nikdy týmž stavem. Pokud by to nastalo, vznikl by cyklus a v podstatě perpetuum mobile. Přesto diagram zůstává v konečném prostoru. Dochází k oscilacím, které se neopakují, uplatňují se zde nepatrné vlivy motýlího efektu (za všechny např. změny odporu vzduchu v mechanické soustavě, neustálé sdílení tepla atd.). Fázový diagram chaotického systému byl nazván Lorenzovým (sestrojil jej v jednoduché formě v roce 1963), nebo také podivným atraktorem (obr.).



Univerzalita

Matematik Mitchell Feigenbaum (nar. 1944) strávil mnoho času tím, že pozoroval peřeje na potoce, cigaretový kouř, mraky (samé fraktálové struktury…), četl Goetha, poslouchal Mahlera a prohlížel van Goghovy obrazy. Kromě toho pomocí programovatelné kalkulačky podrobně analyzoval nejprve celkem triviální rovnice: $X_{n+1} = rX_n(1-X_n)$, $X_{n+1} = r\sin X_n$ a další. Kaskáda zdvojení period – bifurkací (viz R. May) se opakovala u všech rovnic stejnou rychlostí bez ohledu na jejich složitost. Feigenbaum tak objevil měřítko sebepodobnosti (přibližně 4,669), tzv. univerzální teorií vytvořenou na tomto základě nahlédl do přírodních zákonitostí v okamžiku přechodu systému od uspořádaného k turbulentnímu („chaotickému“) chování a dal společné znaky odlišným soustavám. Univerzální teorii stihl rozvinout za pomoci výpočetní techniky, červeného masa, vína, kávy, cigaret a dvouhodinového spánku do okamžiku, než mu tento režim zatrhl lékař.

Z praktického hlediska se závěrů učiněných Feigenbaumem, Mandelbroterm a mnoha dalšími matematiky a fyziky zmocnili v 80. letech např. američtí inženýři, kteří mají na starosti bezpečnost a spolehlivost soustav dálkového rozvodu elektrické energie.

Použito:
GLEICK, J. *Chaos: Vznik nové vědy*. 1. vyd. Brno : Ando Publishing, 1996.
RAE, G. *Chaos Theory: A Brief Introduction* [online]. [2006-02-20]. Dostupné na WWW: http://www.imho.com/grae/chaos/chaos.html

Ing. Josef Gruber

Publikováno ve Zpravodaji SPŠ strojnické, Plzeň v únoru 2006.