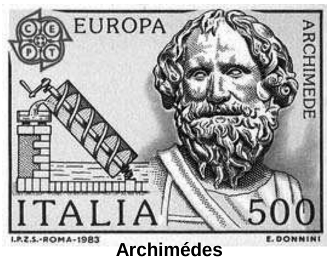
Změna v matematice – matematika změny (aneb Malé dějiny nekonečna)

Dnes to bude spíše výlet do dějin vědy, ale zato takové, bez níž by člověk ani technika nebyli tím, čím jsou.

Vyšší matematika, derivační a integrální počet, je plodem 17. století, doby nazývané vědecká revoluce. V důsledku renesance se zásadně změnila představa o světě, vyvíjejí se moderní vědy a metody vědecké práce. Na jedné straně Lamanšského kanálu věří stoupenci Descartesova racionalismu v dokonalost rozumového poznání, na druhé straně Francis Bacon hlásá, že „věda je moc“ a pracovití pragmatičtí Angličané, Římané moderní doby, stojí na startovní čáře průmyslové revoluce. Královna věd, která zatím nesměle vykukuje z oken univerzit, se pomalu chystá k pozvolnému sblížení se světem praktické činnosti, tedy i s technikou. Právě dokázala popsat svými rovnicemi novou představu o vesmíru, představu, která zavrhla středověké statické pojetí a akceptovala svět jako dějiště neustálých změn. Derivační a integrální počet, který dokáže exaktně popsat jevy měnící se v čase a prostoru se v ucelené formě zrodil v hlavách géniů **Isaaca Newtona** a **Gottfrieda Wilhelma Leibnize**. Staří latiníci říkali *„nihil novi sub sole“*… (nic nového pod sluncem) a ani tito dva giganti vědy nevařili z vody.

Démokritos

Jestliže člověk stvořil matematiku, musel zákonitě dospět i k této její části. U koho začít? Tak třeba u **Démokrita z Abdéry** (asi 460 – asi 370 př. n. l.)! Dnes je znám především jako první materialista – stanovil pojem atomu, nejmenší, nedělitelné a trvalé částice. V přímém rozporu s tímto názorem však byl poznatek, k němuž vedla jeho snaha (neboť byl výborný matematik) vypočítat objem kužele a jehlanu, tedy těles, která se na rozdíl od ukázněných válců a hranolů „jaksi mění“; navrhl rozřezat těleso na tenké válcové nebo hranolovité plátky! Když stanovil touto úvahou objem kužele jako třetinu objemu válce o stejné podstavě a výšce (obdobně objem jehlanu), uvědomil si, že „žádný plátek není dost tenký“! Aby dostal těleso hladké, nikoli stupňovité, musely být plátky nekonečně tenké a v nekonečném počtu. Jak se to snáší s nedělitelností atomu?…Má vůbec smysl pojem nekonečna? Nepovede nekonečný počet řezů jehlanem a kuželem k nekonečně velkému objemu? Vzplál vědecký spor. „Antimatematik“ **Zenón z Eley** (5. stol. př. n. l.) přišel se svými paradoxy (šíp neopustí tětivu, neboť než urazí danou vzdálenost, musí urazit její polovinu, z této poloviny opět polovinu atd., a tedy pro nejmenší úsek dráhy potřebuje nekonečnou dobu…), tříbilo se myšlení, tvořila se matematika. Podle **Eukleida** byla kružnice geometrickým místem jednotlivých bodů od středu stejně vzdálených (řekněme tomu pojetí „statické“), **Hérakleitos** pravil, že vše plyne a kružnice podle toho spíše vznikla spojitě rotací úsečky kolem koncového bodu („dynamické“ pojetí). Kde je pravda? Rozřešení sporu mezi „konečností“ a „nekonečností“ provedl ve 4. století př. n. l. Platónův žák **Eudoxos**. Stanovil, že: *„Odečteme-li od nějaké veličiny polovinu nebo více než polovinu a opakujeme-li tento postup dostatečně často, pak se můžeme vždy dostat k veličině, která je menší, než jiná veličina téhož druhu.“* Dospěl k závěru, že kolega Démokritos měl pravdu a výsledek součtu rostoucího počtu sčítanců se vyrovnává jejich zmenšováním, musí být tedy konečný. Geometricky vzato provedl integraci, předjal pojem limity posloupnosti a někdy je vůbec pokládán za duchovního otce integrálního počtu. Jeho metodu „vepisování“ jednodušších útvarů do složitějších (např. mnohoúhelníku a libovolně malých trojúhelníků do kruhu) nazvala později matematika metodou exhaustční (protože plocha např. onoho kruhu je tak „vyčerpána“). K dokonalosti přivedl Eudoxovu exhaustční metodu **Archimédes**, někdy pokládaný za největšího matematika starověku. Je trochu paradoxní, že v dnešní výuce integrálnímu počtu



Archimédes

předchází počet derivační (jehož základním problémem je určení tečny ke křivce), má to svoji logiku, ale historicky tomu bylo naopak a vzdálenost je poměrně veliká. V tom, jak uvidíme, tkví část odpovědi na otázku, proč Newton a Leibniz, nikoli Eudoxos a Archimédes. Musíme si také uvědomit, že Řekové neměli symbolickou algebru a problémy nealgoritmizovali (tyto názvy naznačují, že do dalšího vývoje vážně promluvili Arabové), neměli analytickou geometrii, nedokázali tedy vytvořit obecnou metodu. Pracovali s jakousi „slovní algebrou“ (slovní popis problému), případně s geometrickým modelem úlohy.

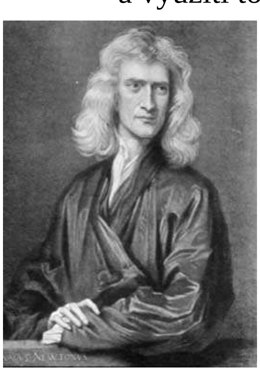
Scholastikové 14. století uvažovali o tomto problému: jestliže se těleso pohybuje obecně proměnnou rychlostí, jak daleko se dostane v daném čase? Jedním z vůdčích duchů zkoumání pohybu (s cílem zodpovědět výše položenou otázku) byl **Nicole Oresme** (asi 1323 – 1382), biskup v Lisieux. Ve studiu vzdálenosti uražené objektem pohybujícím se proměnnou rychlostí Oresme spojil časové okamžiky v určitém intervalu s danými body na vodorovné přímce a v každém z těchto bodů vztyčil kolmici. Její délka reprezentovala rychlost objektu v odpovídajícím čase; v historii matematiky jde o jednu z nejranějších ukázek toho, co dnes nazýváme „grafem funkce“. Oresmovi bylo pak jasné, že plocha pod grafem vyjadřuje uraženou vzdálenost. Dnes bychom křivku udávající závislost rychlosti na čase popsali algebraickou rovnicí a plochu pod křivkou vypočítali jako spojitý součet (integrál) jednoduchých plošek – třeba nekonečně úzkých obdélníčků. Není to nijak složité.

Descartes

Potvrzením kulatosti Země, heliocentrickou teorií a poznáním, že pohyb vesmírných těles je všechno jiné, jen ne doposud uvažovaný rovnoměrný pohyb po soustředných kružnicích, byla nastolena nutnost změny v matematice. Prvky vyšší matematiky, metody umožňující „popsat změnu rozdělením na nekonečně mnoho neměnností“, používalo mnoho Newtonových a Leibnizových předchůdců. Jedním z vrcholných objevů byla v 17. století práce **René Descartese** (Cartesia, 1596 – 1650), který rozvinul algebru a spolu s **Pierrem de Fermat** stvořili analytickou geometrii (ta se ustanovením, že algebraická rovnice koresponduje s křivkou, rozvinula v mohutný matematický nástroj).

Ačkoli se vyšší matematice blížilo mnoho učenců, jsou pokládáni za autory Newton (který ji vyvinul v letech 1665-66 ve věku 23 let!) a Leibniz (který nezávisle pracoval v letech 1673-76). Proč zrovna oni? Následující argumenty uvádí Frederick Rickey, historik vyšší matematiky na Bowling Green State University, Ohio:

1. Kodifikovali a unifikovali metodu.
2. Vyvinuli algoritmy a symboliku. Oba vědci vyvinuli hlavní algoritmy, jimiž mohly být aplikovány jejich metody. Leibniz vytvořil zvláště důmyslnou symboliku. Zápis dy/dx a symbol integrálu pocházejí od Leibnize.
3. Pochopili základní teorém. Rozpoznání derivování a integrace jako inverzních procesů a využití tohoto faktu je opravdu základem celého počtu.


Sir Isaac Newton
1643 - 1727

4. Byli připraveni tvořit nový předmět vědy, byli připraveni na vývoj nové stěžejní metody velké důležitosti.

„Infinitezimální počet (vynalezený Newtonem a Leibnizem) je studium vlastností křivek – tedy tangenty, maxima/minima, délky oblouku, křivosti, plochy a těžiště použitím analytických (tedy algebry využívajících) metod, které jsou algoritmicky aplikovány na všechny křivky. Tento počet redukuje všechny problémy


G. W. Leibniz,
1646 - 1716

do dvou bezprostředně souvisejících procesů zvaných integrování a derivování.“ (Rickey)

Moderní badatelé souhlasí s tím, že Newton provedl své výzkumy před Leibnizem, že Leibniz pracoval nezávisle a publikoval závěry dříve než Newton (ten vůbec nerad publikoval). Spor o prvenství vedl ke konfliktům přívrženců obou velkých matematiků a byl křiklavě nacionalistický. Šlo o jeden z nejdelších a nejtrpčích sporů v dějinách vědy. Nový matematický aparát se do konce 19. století mohutně rozvinul, upevnil a stal se nutnou podmínkou také dalšího rozvoje techniky.

Použito:

COLERUS, E. *Od Pythagory k Hilbertovi. Dějiny matematiky pro všechny.* 1. vyd. Praha : Družstevní práce, 1941.

Highlights in the History of Calculus [online]. [cit. 2002-02-27]. Dostupné na World Wide Web: http://www.mnsfld.edu/~rwalker/HomePage.html#Branches of Mathematics.

A history of the calculus [online]. [cit. 2002-02-27]. Dostupné na World Wide Web: http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/HistTopics/The_rise_of_calculus.html

Ing. Josef Gruber

Publikováno ve Zpravodaji SPŠ strojnické, Plzeň v únoru 2002.